

期权组合定价计算平台

项目总结报告

2014/04/03

项目负责人： 石玉峰 教授 王 鑫 博士

项目组成员： 滕 斌 韩星宇 杨 浩 刘懿莹 杨 子
刘如一 李一骁 唐月月 许耀升 马凌云
李 瞳 刘佳雯 朱庆峰 李 敏 黄婉婉
靳永攀 张瀚文 鞠全永 邵圣明 张银龙
李 邸 王昭栋 温家强 张家铭

山东大学齐鲁证券金融研究院

风险管理与量化投资研究所

第一章 期权与期权定价简介	4
1.1 期权	4
1.1.1 期权定义	4
1.1.2 期权类型	4
1.2 期权定价	5
1.3 BSDE 在期权定价中的应用	6
1.3.1 BSDE 与 Black-Scholes 模型	6
1.3.2 BSDE 与风险中性世界	7
1.3.3 B-S 模型及其改进	8
第二章 期权定价模型数值计算	11
2.1 Black-Scholes(Historic)定价模型	11
2.1.1 模型描述	11
2.1.2 计算历史波动率	11
2.2 Black-Scholes(EWMA)定价模型	11
2.2.1 模型描述	11
2.2.2 波动率计算	12
2.2.3 EWMA 模型参数估计	12
2.3 Black-Scholes(GARCH)期权定价模型	13
2.3.1 模型描述	13
2.3.2 GARCH 模型参数估计	13
2.4 Monte Carlo(GARCH)定价模型	14
2.4.1 模型描述	14
2.4.2 GARCH 模型预测波动率	15
2.4.3 蒙特卡罗模拟步骤	15
	1

2.5 SV(HullWhite)定价模型	16
2.5.1 模型描述	16
2.5.2 数值算法	17
2.5.3 SV(HullWhite)模型参数估计	18
2.6 SV(Heston)定价模型	19
2.6.1 模型描述	19
2.6.2 数值算法	19
2.6.3 SV(Heston)参数估计	20
第三章 『期权定价与交易策略系统』软件介绍	23
3.1 系统版本	23
3.2 系统介绍	24
3.2.1 数据库功能	24
3.2.2 软件功能介绍	25
第四章 实证分析	29
4.1 权证	29
4.1.1 权证定义	29
4.1.2 权证历史	29
4.1.3 权证分类	30
4.1.4 股票期权与股本权证的区别	30
4.2 权证定价误差分析说明	32
4.2.1.数据说明	33
4.2.2 认购权证定价误差分析	34
4.2.3 认沽权证定价误差对比	38
4.2.4 权证定价误差分析	41
4.2.5 权证定价套利累计净利分析	56
	2

4.3 恒生股指期货期权实证分析	63
4.3.1 定价误差分析	65
4.3.2 套利盈利分析	71
4.4 白糖合约仿真数据定价分析	74
4.4.1 看涨期权定价误差分析	74
4.4.2 看跌期权定价误差分析	78
4.5 波动率分析	82
4.5.1 波动率分析说明	82
4.5.2 股指期货波动率分析	82
4.5.3 美股波动率分析	84
4.5.4 白糖合约波动率分析	85
第五章 总结与规划	86
5.1 总结	86
5.2 规划	88
参考文献	92

第一章 期权与期权定价简介

1.1 期权

期权市场的发展具有漫长的历史，古代期权是指公元前的期权，古代期权有两个著名的故事：《圣经·创世记》第29章记载了雅克布利用期权追求自己真爱的故事；小亚细亚哲学家泰利斯在某个冬夜里观看星象，预见下个秋季的橄榄收成会比往年好很多，于是泰利斯购买了橄榄油机的使用权的买入期权，使他成为第一个利用期权交易致富的人。近代期权是指17世纪前的期权，阿姆斯特丹郁金香种植者采用买入郁金香花球看跌期权和卖出郁金香花球期货的办法进行投机交易；现代期权是指18世纪以后的期权，1973芝加哥期权买卖所（CBOE）的成立，标志着标准化、规范化的期权交易的诞生。

1.1.1 期权定义

期权（Option）是一种合约，它赋予期权持有者在规定期限内按照事先约定的价格（Striking Price）购买或出售一定数量某种标的金融资产（Underlying Assets）的权利。标的资产是指金融衍生品中的衍生品合约中所约定的资产。期权购买者为了获得这个权利，需要支付给期权出售者一定金额的费用，称为期权费（Premium），期权合约所规定的，期权持有者可以实际执行该期权的最后日期叫做到期日（Maturity Data）。

1.1.2 期权类型

按期权持有者的权利划分，期权有两种基本类型。看涨期权（Call Option）：给予期权持有者在一定时期、以一定价格购买某种资产的权利；看跌期权（Put Option）：给予期权持有者在一定时期、以一定价格出售某种资产的权利。

按期权持有者执行期权的时限划分，期权分为美式和欧式两种。美式期权（American Options）可以在到期日前的任何时刻行权；而欧式期权（European Options）仅能在到期日行权。

按照标的物来划分：金融期权可分为股票期权、股指期货期权、金融期货期权、利率期权、信用期权、货币期权（或称外汇期权）及互换期权等。

除了在金融投资领域中被用于市场风险的控制与市场盈利的发掘之外，期权思想在矿产资源的开发、实物资产的购买、工程的评估、研发费用的投入、项目的筹建等资本预算或决策分析过程中也被积极引入。

1.2 期权定价

期权赋予持有者无义务的权利，那么期权购买者必须付出一定的取得成本，即期权的价值。期权持有者究竟要支付多大的成本才能得到期权，这是期权交易的关键所在。期权定价是现代期权理论的核心，期权定价问题极大的推动了期权市场的发展和金融理论研究的深化。在某种程度上来说，我们所研究的现代期权理论实际上就是期权定价理论。

期权定价的思想最早出现在公元前 1800 年的《汉穆拉比法典》。1900 年，法国数学家 Louis Bachelier 在其博士论文《The Theory of Speculation》中第一次给出了欧式看跌期权的定价公式。1973 年，芝加哥委员会首次在有组织的交易所内进行股票期权交易。同一年，Black 和 Scholes 发表了关于期权定价理论中的奠基性论文《The Pricing of Options and Corporate liabilities》，论文中的 Black-Scholes 模型是现代期权定价理论的核心模型。同年，Merton 教授又对 Black-Scholes 模型进行了推广和完善，以使之便于实际应用。在此之后，学者们又对期权定价理论进行了深入的研究，提出了几个比较重要的模型是二叉树定价模型，跳跃扩散模型和随机波动率模型。期权定价理论让投资者能对期权价格进行合理评估，更好的把握市场机会，获得更高的收益。

期权定价的两种方式：

1. 对于单一期权，使用标的价格的历史数据序列得出估计波动率，然后通过定价模型得出理论定价，通过理论定价与期权价格进行比较，判断模型定价拟合效果，或者判别期权价格偏高偏低，为进一步交易策略做判别依据。
2. 对于同一标的、同一到期日、不同执行价格的期权，在某一时刻使用期权价格通过定价模型计算得出隐含波动率，然后选择合适的隐含波

动率数据，拟合获得隐含波动率微笑曲线。对于没有历史数据的新的期权可以通过波动率微笑曲线获得期权理论定价。

1.3 BSDE 在期权定价中的应用

1.3.1 BSDE 与 Black-Scholes 模型

基本假设：

1. 标的可无限可分；
2. 无税收和交费用，且在期权有效期内，标的无红利及其它所得，例如股票不支付股息
3. 不存在无风险套利机会；
4. 交易为连续进行；
5. 投资策略是自融资的。

考虑市场上存在三种金融产品：标的，在此我们以股票为例分析， t 时刻价格价格为 $P(t)$ ；无风险债券， t 时刻价格价格为 $P^0(t)$ ；期权，在此我们以欧式看涨期权为例分析，到期日为 T 、执行价格为 K 、价格为 f ，则 T 时刻该期权合约价值为 $(P(T) - K)^+$ 。

无风险债券价格满足：

$$dP^0(s) = r(s) P^0(s) ds$$

股票价格满足：

$$\begin{cases} dP(s) = b(s) P(s) ds + \sigma(s) P(s) dB_s \\ P(t) = x \end{cases}$$

两式中， r ， b ， σ 为确定性有界函数，且 $b > r$ ， $\sigma \neq 0$ ， σ^{-1} 为有界函数。 r 为无风险利率， B_s 为一维布朗运动。

构造一份满足假设 5 的自融资投资组合， T 时刻价值为 $(P(T) - K)^+$ ， t 时刻债券数量为 $n_0(t)$ ，股票数量为 $n(t)$ ，则：

$$dX = n_0 dP^0 + n dP$$

设 $\pi(t) = n(t)P(t)$ ，由于假设 3 不存在无风险套利机会，则投资组合价值 $X(t)$ 与期权价格在任意时刻相等，即：

$$X(t) = f(t), \quad \forall t \in [0, T]$$

同时：

$$\begin{cases} dX = [rX + (b - r)\pi] ds + \sigma\pi dB_s \\ X(T) = (P(T) - K)^+ \end{cases}$$

令 $q(t) = \sigma(t)\pi(t)$ ，则有：

$$\begin{cases} -dX = [-rX - (b - r)\sigma^{-1}q] ds - qdB_s \\ X(T) = (P(T) - K)^+ \end{cases}$$

由非线性 Feynman-Kac 公式得：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 f}{\partial P^2} + rP \frac{\partial f}{\partial P} - rf = 0.$$

边界条件为： $f(T) = (P(T) - K)^+$.

当 r, b, σ 为常数时，此偏微分方程即为 Black-Scholes 偏微分方程，存在显式解，即为 Black-Scholes 欧式看涨期权定价公式。

定义 c 为欧式看涨期权的价格， p 为欧式看跌期权的价格， K 为所购买的期权标的资产的执行价格， r 为无风险金融资产的年回报率，即无风险年利率， T 为所购买的期权的有效期限即期权的存续期， σ 是资产的波动率， $N(\cdot)$ 为标准正态分布的累积分布函数，期权定价公式为：

$$c = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2),$$

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1).$$

其中：

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

1.3.2 BSDE 与风险中性世界

股票价格满足：

$$\begin{cases} dP(s) = b(s) P(s) ds + \sigma(s) P(s) dB_s \\ P(t) = x \end{cases}$$

利用 Girsanov 变换，即令：

$$\lambda(t) = \sigma^{-1}(t) (b(t) - r(t))$$

$$\frac{dQ}{dP} = \exp \left\{ - \int_0^T \lambda(s) dB_s - \frac{1}{2} \int_0^T \lambda^2(s) ds \right\}$$

Q 为风险中性概率测度， $\bar{B}_s = B_s + \int_0^s \lambda(u) du$ 为 Q 下的布朗运动，则有：

$$\begin{cases} dP(s) = r(s) P(s) ds + \sigma(s) P(s) d\bar{B}_s \\ P(t) = x \end{cases}$$

且由 BSDE 得到的 PDE：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 f}{\partial P^2} + rP \frac{\partial f}{\partial P} - rf = 0.$$

由线性 Feynman-Kac 公式得：

$$f(t) = e^{-\int_t^T r(s) ds} E_Q [(P(T) - K)^+]$$

即为风险中性世界理论价格。

1.3.3 B-S 模型及其改进

模型假设：

1. 金融资产收益率服从对数正态分布,且参数为常数;
2. 可以卖空证券, 并且可以完全使用所得收入;
3. 无税收和交费用, 且证券可无限可分;
4. 在期权有效期内, 标的无红利及其它所得, 例如股票不支付股息 (该假设后被放弃);
5. 不存在无风险套利机会;
6. 证券交易为连续进行;
7. 短期无风险利率 r 为常数, 且对所有期限都是相同的。

B-S 公式是假设标的资产价格 S 服从几何布朗运动, 即

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW,$$

其离散形式为:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta W,$$

其中 μ 为股票的年收益率期望, σ 为股票价格的年波动率, μ 和 σ 为常数, 期权价格为 $f(S, t)$, 通过构建一个无风险投资组合 Π : 卖空一份期权, $\frac{\partial f}{\partial S}$ 数量股标的资产, 则

$$\Pi = \frac{\partial f}{\partial S} S - f,$$

资产的收益率就应该同市场的无风险收益率相等:

$$\Delta \Pi = r \Pi \Delta t,$$

整理得到 Black-Scholes 偏微分方程。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + r S \frac{\partial f}{\partial S} - r f = 0.$$

即 B-S 公式是特殊形式的倒向随机微分方程得解。

对于连续支付股息的股票期权定价, 我们有:

对于连续支付股息的股票期权, 股息会使股票在除息日的价格下降, 下降幅度为股息量。我们设连续股息收益率 q , 则股票价格的增长幅度比没有股息的股票价格增长幅度减少 q , 即股票起始价格为 S_0 , 该股票支付连续股息收益率为 q 与股票起始价格为 $S_0 e^{-qT}$, 该股票无任何股息在时间 T 将会产生相同的概率分布, 于是我们只需要将上述 B-S 公式中的 S_0 用 $S_0 e^{-qT}$ 代替便可得出连续股息收益率为 q 的期权定价公式, 即 B-S 公式变为:

$$\begin{aligned} c &= S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2), \\ p &= K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2) T}{\sigma \sqrt{T}}, \\ d_2 &= \frac{\ln(S_0/K) + (r - q - \sigma^2/2) T}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}. \end{aligned}$$

传统 B-S 模型易于理解, 方便计算, 但是 B-S 是建立在完美假设之上, 模型中存在波动率假定为恒定值等缺陷, 这些缺陷往往会导致计算结果与市场的真实反映有所偏差, 隐含波动率微笑现象就说明了这一点。因此, 一些学者将改进 B-S 模

型作为研究方向,不变方差弹性模型、随机波动率、EWMA\GARCH 模型等波动率估计模型、跳跃扩散模型过程以及违约风险等模型被引入到期权定价理论中。

1. 不变方差弹性模型（CEV 模型），假设存在价格依赖型波动率扩散过程，即资产的价格服从随机过程，而波动率是资产价格的函数。CEV 模型尤其适用于计算特殊期权。
2. 随机波动率模型（SV 模型），假设波动率是随机的过程，即假设资产收益的，波动率过程服从某种随机过程，不同的随机过程产生不同的 SV 模型，包括 Hull-White 模型、Scott 模型、Stein-Stein 模型、Ball-Roma 模型、Heston 模型等等。
3. 运用 EWMA/GARCH 模型。在模型定价过程中,参数估计十分重要,由于 GARCH 法获得的波动率产生的数据比假设波动率为常数产生的数据有更厚的尾部，与股票价格的实际分布相一致，所以一段时间以来，GARCH 成为流行的波动率估计方法。
4. 对于资产收益随机过程引入随机跳跃项，得到跳跃扩散模型。

第二章 期权定价模型数值计算

2.1 Black-Scholes(Historic)定价模型

2.1.1 模型描述

历史波动率是指收益率在过去一段时间内所表现出的波动率，可以根据收益率的时间序列数据运用统计推断方法估算其标准差，从而得到波动率的估计值。由 B-S 公式可知，只需要知道波动率的值，我们就可以得出期权的定价。

2.1.2 计算历史波动率

我们假设 $\{S_i\}$ 为标的价格序列， S_i 表示标的资产在第 i 天末的价格。 $\{u_i\}$ 为标的收益率序列， μ_i 表示在第 i 天连续复利收益率，即第 $i-1$ 天末至第 i 天末的收益。 $\{\sigma_i\}$ 为标的波动率序列， σ_i 表示第 $i-1$ 天所估计的第 i 天的波动率。

在已知一系列标的的数据 $\{S_i\}$ ， $i = 1, \dots, N-1$ 的情况下，由如下公式得到收益率序列和波动率序列 $\{u_i\}$ 、 $\{\sigma_i\}$ ：

$$u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}},$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{l-1} \sum_{j=i-l+1}^{i-1} (u_j - \bar{u})^2}.$$

其中 l 为窗口长度，便可得出第 N 天的波动率估计 σ ，然后计算出年波动率，代回到 B-S 期权定价公式。

2.2 Black-Scholes(EWMA)定价模型

2.2.1 模型描述

指数加权滑动平均（Exponentially Weighted Moving Average）模型是作为 ARIMA 模型族的预测功能而提出的一种常用模型，现已被广泛地应用于各种金

融风险的研究中。在期权定价中，EWMA 模型通过估计波动率，应用 B-S 公式来进行定价。

2.2.2 波动率计算

计算波动率公式如下：

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) u_{n-1}^2,$$

式中 σ_n^2 是通过市场变量估计的第 n 天波动率， μ_n^2 是第 n 天的标的资产的收益率，其中 $\mu_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$ ， S_i 为标的资产在 i 天末的价格。 λ 取值于 0 到 1 之间，通常取接近于 1 的数值。

通过递推计算得到公式：

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} \mu_{n-i}^2 + \lambda^m \sigma_{n-m}^2,$$

这说明对应于 μ 的权重以指数速度下降，每一项权重是前一项权重与 λ 的乘积。

EWMA 模型只需要记忆较少的数据，对与任一时刻，我们只需使用对当前波动率的估计和收益率的最新观察，便可利用波动率计算公式更新方差估计，然后进行定价。

2.2.3 EWMA 模型参数估计

定义 $v_i = \sigma_i^2$ 为第 i 天的方差的估计，在给定方差的条件下， u_i 的概率分布为正态分布 $N(\mu, \sigma_i^2)$ ，其中

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) = \mu + \varepsilon_i,$$

从而得到似然函数

$$L(\nu_i, \mu) = \prod_{i=1}^m \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v_i}} \exp\left(-\frac{(u_i - \mu)^2}{2v_i}\right) \right],$$

取对数后，其等价为

$$\ln L(\nu_i, \mu) = \sum_{i=1}^m \left[-\ln(v_i) - \frac{(u_i - \mu)^2}{v_i} \right]$$

通过最大似然估计方法得到参数估计 $(\hat{\lambda}, \hat{\mu})$ 便可以得出波动率估计 σ ，转换为年波动率后带回到 B-S 公式便可以得出看涨期权和看跌期权的定价。

2.3 Black-Scholes(GARCH)期权定价模型

2.3.1 模型描述

T.Bollerslev 于 1986 提出 GARCH(1,1)模型，是一个专门针对金融数据所量体订做的回归模型，在 GARCH(1,1)模型中， σ_n^2 是由长期平均方差 V_L 以及 u_{n-1} 和 σ_{n-1} 计算得出，GARCH(1,1)表达式为

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha(u_{n-1} - \mu)^2 + \beta\sigma_{n-1}^2(1),$$

式中 γ 为对应于 V_L 的权重， α 为对应于 u_{n-1}^2 的权重， β 为对应于 σ_{n-1}^2 的权重且

$$\alpha + \beta + \gamma = 1,$$

令

$$\omega = \gamma V_L,$$

于是可以将GARCH (1,1)模型写为

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha(u_{n-1} - \mu)^2 + \beta\sigma_{n-1}^2.$$

2.3.2 GARCH 模型参数估计

采用如同上文给出的模型估计方法，同样定义 $v_i = \sigma_i^2$ 为第 i 天的方差的估计，在给定方差的条件下， u_i 的概率分布为正态分布，其中

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) = \mu + \varepsilon_i,$$

从而得到似然函数

$$\prod_{i=1}^m \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi v_i}} \exp\left(-\frac{(u_i - \mu)^2}{2v_i}\right) \right],$$

取对数后，其等价于

$$\sum_{i=1}^m \left[-\ln(v_i) - \frac{(u_i - \mu)^2}{v_i} \right]$$

使用优化方法得出参数估计 $(\hat{\mu}, \hat{\omega}, \hat{\alpha}, \hat{\beta})$ 。由

$$V_L = \frac{\hat{\omega}}{\gamma} = \frac{\hat{\omega}}{1 - \hat{\alpha} - \hat{\beta}},$$

得出长期平均方差率 V_L ，然后转换为年波动率对期权定价，利用 Black-Scholes 期权定价公式得出定价。

2.4 Monte Carlo(GARCH)定价模型

2.4.1 模型描述

蒙特卡罗方法是以概率统计的理论和方法为基础的一种计算方法，蒙特卡罗方法所求解的问题与某个概率模型联系起来，在计算机上进行模拟，从而得出问题的近似解，因此蒙特卡罗方法也称为随机模拟法或统计试验法。

蒙特卡罗方法的理论依据是风险中性定价。我们考虑一种欧式衍生证券,这种衍生证券的持有者在其有效期内不能做任何决策，假设在 T 时刻，该衍生证券的收益为 f_T ，那么在中性的世界里,其 0 时刻的价值为

$$f = e^{-rT} \tilde{E}[f_T].$$

如果衍生证券只依附一个标的随机变量，并且这个变量不是利率，我们就可以模拟风险中性世界中该标的变量的一种可能路径，然后计算出在这条可能路径下所得到的回报，得到了衍生证券的最终价值,这一最终价值可被看作是全部可能终值集合中的一个随机样本。

计算出大量的样本终值后, $\tilde{E}[f_T]$ 就用它们的算术平均值来估计,通过无风险利率对 $\tilde{E}[f_T]$ 进行贴现,就可以计算出衍生证券现值的估计值。

在风险中性世界中，假设股票的收益率满足如下形式

$$u_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) = \mu + \varepsilon_t,$$

其中

$$\varepsilon_t \psi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2).$$

Ψ_{t-1} 表示 $t-1$ 时刻所有的信息集。则波动率 σ_t^2 满足

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha(u_{n-1} - \mu)^2 + \beta\sigma_{n-1}^2.$$

2.4.2 GARCH 模型预测波动率

采用 $GARCH(1,1)$ 模型，在 $n-1$ 天结束时所估计的第 n 天所估计的方差为

$$\sigma_n^2 = (1 - \alpha - \beta) V_L + \alpha(u_{n-1} - \mu)^2 + \beta\sigma_{n-1}^2,$$

因此

$$\sigma_n^2 - V_L = \alpha((u_{n-1} - \mu)^2 - V_L) + \beta(\sigma_{n-1}^2 - V_L),$$

在将来 $n-t$ 天，我们有

$$\sigma_{n+t}^2 - V_L = \alpha((u_{n+t-1} - \mu)^2 - V_L) + \beta(\sigma_{n+t-1}^2 - V_L),$$

$(u_{n+t-1} - \mu)^2$ 的期望值为 σ_{n+t-1}^2 ，因此

$$E[\sigma_{n+t}^2 - V_L] = (\alpha + \beta)E[\sigma_{n+t-1}^2 - V_L],$$

其中 E 表示期望值。重复应用这一过程，得到

$$E[\sigma_{n+t}^2 - V_L] = (\alpha + \beta)^t (\sigma_n^2 - V_L),$$

或者

$$E[\sigma_{n+t}^2] = V_L + (\alpha + \beta)^t (\sigma_n^2 - V_L).$$

以上方程采用 $n-1$ 天的数据来预测第 $n+t$ 天的波动率，因为 $\alpha + \beta < 1$ ，方程中最后一项随时间增加而逐渐趋于零。故方差具备均值回归的性质，长期均值回归水平为 V_L ，回归速度为 $1 - \alpha - \beta$ 。

2.4.3 蒙特卡罗模拟步骤

1. 创建一个 j 行 k 列的标准正态随机矩阵， k 表示距离到期时刻 T 的天数(距到期日时间不包括周末和假期)， j 表示模拟的路径总数， $n(j, k)$ 表示标准正态随机矩阵中的一个元素，即

$$n(j, i) \tilde{N}(0, 1), \text{ 对于 } i = 1, 2, 3, \dots, k.$$

2. 利用 $GARCH(1,1)$ 估计出的 ω 、 α 、 β 计算得出到第 k 天的波动率，即得到波动率的估计

$$\hat{\sigma}_{t+1}, \hat{\sigma}_{t+2}, \hat{\sigma}_{t+3}, \dots, \hat{\sigma}_{t+k},$$

从而得到 $\hat{u}_{t+i}$ 的估计值，即

$$\hat{u}_{t+i} = \hat{\sigma}_{t+i} n(j, k) + \mu.$$

3. 在已知 S_t 的条件下，到期日 k 的股票价格 $\hat{S}_{t+k}$ 的计算公式为

$$\hat{S}_{t+k} = S_t \exp \left\{ \sum_{l=1}^k \hat{u}_{t+l} \right\}.$$

4. 从而得到期权价格

$$c = e^{-rT_0} \max \left\{ \hat{S}_{t+k} - K, 0 \right\},$$

$$p = e^{-rT_0} \max \left\{ K - \hat{S}_{t+k}, 0 \right\}.$$

5. 进行 j 次模拟后取均值，即得到期权价格。

2.5 SV(HullWhite)定价模型

2.5.1 模型描述

连续随机波动模型(Stochastic Volatility Model, 简称 SV 模型)将股价波动率设为另一个随机过程，最早是由 Clark 在引进混合分布来刻画证券收益和交易量的联合分布特征时引入的。Hull & White 于 1987 年共同发表了著名的 Hull-White 随机波动性模型，通过连续时间随机过程来对基础资产价格的随机波动进行描述。Hull 认为波动率与资产价格之间存在相关性，正是由于二者的相关性使 Black-Scholes 模型的定价出现偏差。第一，当相关系数为正时，由于股票价

格上升时波动率也趋于上升，股票价格下降时波动率也趋于下降，Black-Scholes 模型假设波动率为常数，所以 Black-Scholes 模型倾向于低估处于实值状态的看涨期权的价格，和高估处于虚值状态的看跌期权价格；第二，当相关系数为负时，由于股票价格上升时波动率趋于下降，股票价格下降时波动率趋于上升，而 Black-Scholes 模型假设波动率为常数，所以 Black-Scholes 模型倾向于高估处于虚值状态的看涨期权的价格，和低估处于虚值状态的看跌期权的价格；第三，当相关系数接近于 0 时，Black-Scholes 模型倾向于低估处于深度虚值状态和深度实值状态的期权价格，即不能反映金融资产价格运动过程的双厚尾现象。

模型假设股价(S)与方差率(V)均服从对数常态分配，且符合几何布朗运动。

股价与波动率(V)的随机项 dW 与 dZ 相关系数为 ρ 为常数，其随机微分方程为：

$$\begin{cases} dS_t = rS_t dt + \sqrt{V_t}S_t dW_t \\ dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dZ_t \\ \text{cov}(\Delta W_t, \Delta Z_t) = \rho \cdot \Delta t. \end{cases}$$

式中 S_t 为 t 时刻的标的价格， V_t 为 t 时刻的波动率， r 为固定的无风险利率， μ 和 σ 为常数表示方差率 V 的漂移参数和波动性。

2.5.2 数值算法

对上述随机微分方程使用Itô公式，得出方程：

$$\begin{cases} S_T = S_0 \exp \left\{ \int_0^T \left(r - \frac{1}{2} V_s \right) ds + \int_0^T \sqrt{V_s} dW_s \right\} \\ V_t = V_0 \exp \left\{ \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \int_0^t \sigma dZ_s \right\} \end{cases}$$

显然该方程的解析解是难以直接求出的，下面我们使用 Euler 法给出该模型的数值解法，该解法可以广泛应用到各类连续时间的随机波动率模型。

设时间 t 单位为年，则 $\sqrt{V_t}$ 表示 t 时刻标的资产的年波动率，参数 (r, μ, σ, ρ) 皆为年化参数；标的价格为 S_0 ，执行价格 K ，无风险利率 r_0 ，期权在 N 天后到期，即到期时间 $T = N/252$ 年。将方程组按天为单位（ $\Delta t = 1/252$ ）离散化：

$$V_{n+1} - V_n = \mu V_n \Delta t + \sigma V_n \varepsilon_n \sqrt{\Delta t},$$

式中 $\varepsilon_n \sim N(0, 1)$, i.i.d. $n = 1, 2, \dots, N$,

$$S_T = S_0 \exp \left\{ \sum_{n=1}^N \left[\left(r - \frac{V_n}{2} \right) \Delta t + \eta_n \sqrt{V_n \Delta t} \right] \right\},$$

式中 $\eta_n \sim N(0, 1)$, i.i.d., 且 $\text{cov}(\eta, \varepsilon) = \rho$.

给定当前时刻的标的价格年方差率（即年波动率平方）估计 $\hat{V}_0$, 并生成两列对应时间协方差为 ρ 的 $N(0, 1)$ 随机数, 即可递推得到年方差率预测序列 $\{\hat{V}_1, \hat{V}_2, \dots, \hat{V}_N\}$, 再代入方程即可得到到期日的标的价格的一次预测 $\hat{S}_T$, 因此得到一次欧式期权定价:

$$c = e^{-r_0 T} \max(S_N - K, 0),$$

$$p = e^{-r_0 T} \max(K - S_N, 0).$$

依据风险中性理论, 以上完成了一次路径抽样（可参见 Monte Carlo 定价方法）, 重复此过程并对得到的期权价格求均值, 即为此模型下的欧式期权定价。

2.5.3 SV(HullWhite)模型参数估计

SV 模型常用的参数估计方法是基于马尔科夫链的蒙特卡洛模拟（MCMC）方法, 该方法基于参数的抽样分布, 在假设参数先验分布后, 运用贝叶斯法则得到后验分布并进行统计推断。该方法在分布假设、抽样方法以及运算上具有复杂性, 我们对马尔科夫链的蒙特卡洛模拟（MCMC）方法的具体使用不多做阐述。

在此我们采用优化算法, 给出 SV 模型的参数估计。该方法避免使用先验分布假设, 转而使用已知的确定先验信息, 在一定程度上减少模型误差。我们选择直接从模型定价的角度出发进行参数估计, 运用期权价格数据或隐含波动率数据作为训练数据, 以校正模型参数。

假设给定标的价格 $\{S_0^1, S_0^2, \dots, S_0^l\}$, 同时给定研究对象期权（或相近属性的期权）的历史价格 $\{c_0^1, c_0^2, \dots, c_0^l\}$ 、对应的方差率 $\{V_0^1, V_0^2, \dots, V_0^l\}$ （此处使用标的价格的历史波动率方法计算得）以及其到期日、执行价格等作为先验信息, 样本容量为 l 。我们将使用优化方法, 对期权价格样本进行拟合。

给定参数初值 $X_0 = (r_0, \mu_0, \sigma_0, \rho_0)$, 设定参数的寻优范围上下限

$$X_{\max} = (r_{\max}, \mu_{\max}, \sigma_{\max}, \rho_{\max}), \quad X_{\min} = (r_{\min}, \mu_{\min}, \sigma_{\min}, \rho_{\min}).$$

根据标的价格与对应的方差率，代入上述 Hull-White 模型数值算法，即可得到一组定价 $\{c_{X_0}^1, c_{X_0}^2, \dots, c_{X_0}^l\}$ ，构建优化目标函数

$$f(X) = \sum_{i=1}^l |c_X^i - c_0^i|^2.$$

优化目标为使 $f(X)$ 最小化，最后就可以得到参数估计 $(\hat{r}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\rho})$ 。

2.6 SV(Heston)定价模型

2.6.1 模型描述

Square Root Model 最早由 Feller (1951) 提出，后由 Heston (1993) 发展为随机波动性的期权定价模型。它假设股价服从对数常态分配，且符合几何布朗运动，波动性的过程具有自动回复平均值（Mean-reverting）的性质。

2.6.2 数值算法

Heston 连续时间随机波动率（SV）模型：

$$\begin{cases} dS_t = rS_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t \\ dV_t = \kappa(\theta - V_t) dt + \sigma V_t^\alpha dZ_t \end{cases}$$

其中随机项相关系数为 ρ ，即 $\text{cov}(\Delta W_t, \Delta Z_t) = \rho \cdot \Delta t$ ，两式分别应用 Itô 公式，得

$$\begin{cases} S_T = S_0 \exp \left\{ \int_0^T \left(r - \frac{1}{2} V_s \right) ds + \int_0^T \sqrt{V_s} dW_s \right. \\ \left. V_t = V_0 \exp \left\{ \int_0^t \left(\frac{\kappa(\theta - V_s)}{V_s} - \frac{1}{2} \sigma^2 V_s^{2(\alpha-1)} \right) ds + \int_0^t \sigma V_s^{\alpha-1} dZ_s \right. \right. \end{cases}$$

注意到无法直接从第二式中得到显示的 V_t ，所以需要寻找其他解析方法。Steven L. Heston 在 1993 年给出了该模型在 $\alpha = 0.5$ 时的解析解，在此不作此方法的阐述。我们同样使用上文中的 Euler 法给出方程数值解。

设时间 t 单位为年，则 $\sqrt{V_t}$ 表示 t 时刻标的资产的年波动率，参数 $r, \kappa, \theta, \sigma, \rho$ 皆为年化参数；标的价格为 S_0 ，执行价格 K ，无风险利率 r_0 ，期权在 N 天后到期，

即到期时间 $T = N/252$ 年。先考察波动率方程，将其按天为单位 ($\Delta t = 1/252$) 离散化：

$$V_n = V_{n-1} + \kappa (\theta - V_{n-1}) \Delta t + \sigma V_{n-1}^\alpha \varepsilon_n \sqrt{\Delta t},$$

其中 $\varepsilon_n \sim N(0, 1)$, i.i.d., $n = 1, 2, \dots, N$. 同时, 将价格方程的解按天离散化可得：

$$S_N = S_0 \exp \left\{ \sum_{n=1}^N \left[\left(r - \frac{1}{2} V_n \right) \Delta t + \eta_n \sqrt{V_n \Delta t} \right] \right\},$$

其中 $\eta_n \sim N(0, 1)$, i.i.d., 且 $\text{cov}(\varepsilon_n, \eta_n) = \rho$, $n = 1, 2, \dots, N$.

同理与 Hull-White 模型，通过随机数生成得到一次路径抽样，依据风险中性理论，以上完成了一次路径抽样，重复此过程并对得到的期权价格求均值，即为此模型下的欧式期权定价。

2.6.3 SV(Heston)参数估计

Heston 模型的参数估计是应用该模型的核心问题，即确定模型参 $r, \kappa, \theta, \sigma, \rho$ 的值，以及给定标的价格为 S_0 时的年方差率初值 $\hat{V}_0$ 。

假设给定标的价格 $\{S_0^1, S_0^2, \dots, S_0^l\}$ 、期权的历史价格 $\{c_0^1, c_0^2, \dots, c_0^l\}$ 、对应的方差率(此处使用标的价格的历史波动率方法计算得)以及其到期日、执行价格，样本容量 l 等条件。

同样我们需要给定参数初值 $X_0 = (r_0, \kappa_0, \theta_0, \sigma_0, \rho_0)$ ，设定参数的寻优范围上下限：

$$X_{\max} = (r_{\max}, \kappa_{\max}, \theta_{\max}, \sigma_{\max}, \rho_{\max}), \quad X_{\min} = (r_{\min}, \kappa_{\min}, \theta_{\min}, \sigma_{\min}, \rho_{\min}).$$

根据标的价格与对应的方差率，代入上述 Heston 模型数值算法，即可得到一组 Heston 定价 $\{c_{X_0}^1, c_{X_0}^2, \dots, c_{X_0}^l\}$ ，构建优化目标函数

$$f(X) = \sum_{i=1}^l |c_X^i - c_0^i|^2,$$

优化目标为使 $f(X)$ 最小化。

通过 hullwhite 模型和 heston 模型的参数估计方法可以看出，优化方法通过结合不同的先验信息，可以构造不同的优化目标函数来估计模型参数。随着当今计算机性能的迅速提升，只要选定合适的先验信息，运用优化方法可以快速地建立不同的 SV 模型参数的估计，这对于 SV 模型的构造、修正、检验直至应用都有十分重要的意义。

在模型理论的实际应用中要注意以下几点：

1、参数的转换。

在 B-S 公式中使用的波动率和期权的存续期为年波动率和年数，因此我们需要对估算出的波动率和期权期限做出调整。

$$\text{年波动率} = \text{每交易日的波动率} \times \sqrt{\text{每年的交易天数}},$$

T 为期权的存续期，其中

$$T = \frac{\text{距期权到期日的天数}}{\text{每年的交易天数}}.$$

2、调整收益率序列的异常值。

收益率序列 $\{u_i\}$ 为波动的时间序列，是期权的定价模型计算的基础，尤其是对于 B-S 模型，收益率的异常值直接导致了波动率的异常变化从而出现期权定价的剧烈变化。因此对于一些收益率过高过低的异常值，即收益率的绝对值显著地异常增加，我们采用拉伊达准则即 3σ 原则，用临界值代替异常的收益率值。这样虽然丧失了异常点的定价准确性，但是可以有效避免因为估计方法造成的异常点对之后波动率估计的影响。

3、参数 ω 的显著性检验。

对 B-S(GARCH)模型中的参数 ω 不显著，即 ω 相对于其他项几乎为 0，则由 $\gamma = 1 - \alpha - \beta$ 知， γ 也几乎为 0，则由 $\omega = \gamma V_L$ ， V_L 的值将会出现异常变化，导致 B-S(GARCH)模型定价的结果出现异常变化，因此我们要对参数 ω 进行显著性分析，若未通过显著性检验，即 ω 显著为 0，则由上述模型介绍可知，B-S(GARCH)模型此时就是 B-S(EWMA)模型，此时我们用 EWMA 模型来代替 GARCH 模型。

4、期权类型的影响。

由于美式期权可以在到期日前的任何时刻行权，而欧式期权仅能在到期日行权，因此若无风险利率为正，则美式期权总有被提前行使的可能性。所以美式期权的定价难度要远高于欧式期权。对于标的不存在收益，例如无股息的股票期权，美式看涨期权不会提前行权，那么 B-S 公式同样适用。

本次报告使用的六种定价模型数值算法，主要适用于欧式期权定价,对于美式期权，定价效果应该会远远差于欧式期权，下一步我们计划使用二叉树模型，改进模型数值算法等对美式期权及其他期权进行定价。

5、Delta 对冲。

由上文中的 B-S 微分方程中我们知道，构建一个投资组合 Π ：卖空一份期权，同时买入 Δ 数量股票。令：

$$\Delta = \frac{\partial f}{\partial S},$$

若我们可以不断调节 Δ 值，就可以将资产组合变成无风险资产，这就是动态对冲策略的一种。例如，交易员卖出 20 份看涨期权（期权持有者有权购买 2000 份股票），假如此时的 $\Delta = 0.6$ ，那么我们就买入 $0.6 \times 2000 = 1200$ 股股票。这样若股票价格上升 1 元，则买入的股票升值 1200 元，期权价格上涨 $\Delta \times 1 = 0.6$ ，则卖出期权带来损失 1200 元；反之，股票价格下降 1 元，则买入的股票贬值 1200 元，期权价格下跌 0.6 元，卖出期权的收益为 1200 元。Delta 中性即为，期权的头寸和股票的头寸相抵消，是资产组合风险为零，由于 Delta 值是变化的所以我们需要不断地调整对冲策略，即再平衡。

第三章 『期权定价与交易策略系统』软件介绍

『期权定价与交易策略系统』由山东大学齐鲁证券金融研究院风险管理与量化投资研究所完全自主研发，包含期权定价、期权套利、期权交易策略自主生成等功能。『期权定价与交易策略系统』既包含经典期权定价理论的程序化实现，又包含金融数学先进理论对传统定价模型的推广，为中国即将开始的期权交易提供了期权定价以及套利策略的工具，为投资者提供了量化投资的技术支持和决策支持。

『期权定价与交易策略系统』是集数据处理、模型选择、自动套利为一体的金融分析交易软件。该系统在国内期权定价领域处于领先地位。软件使用者只要将标的资产价格输入到软件的数据库中，『期权定价与交易策略系统』在对标的资产价格数据处理之后，根据使用者在模型选择界面中所选取的波动率模型和期权定价模型就可以计算出相应模型的波动率和期权价格，并且可通过自动选取套利策略对投资组合进行套利。

『期权定价与交易策略系统』在追求数据处理准确、高效的同时，力图实现操作简单、使用方便、界面友好的目标，该系统不仅可以满足科研学术的使用要求，并且可以实现商业实践运用。

3.1 系统版本

截止到 2014 年 3 月，『期权定价与交易策略系统』开发进度：

2014 年 1 月 19 日，初版期权定价系统完成，波动率估计模型包括历史波动率、EWMA 模型、隐含波动率和 GARCH 模型；定价核心算法包括 B-S 公式模型、蒙特卡洛模拟和随机波动率模型；数据库仅支持权证数据。

2014 年 1 月 21 日，对不变方差弹性模型的编程，并实现随机波动率 SV 模型的参数优化自发性。对系统界面进行第一次优化，使操作方法更为简单。

2014 年 2 月 10 日，在原有的权证数据基础上增加美股数据、白糖期货和白糖期权仿真数据。对系统界面进行了进一步优化，将赘余选项剔除。

2014 年 3 月 5 日，改进了套利策略程序，数据库增加了部分恒生指数期权数据。

3.2 系统介绍

3.2.1 数据库功能

目前『期权定价与交易策略系统』数据库里已经录入使用的数据主要包含股票价格数据、股票权证数据、美股数据、美股期权数据、白糖期货数据、恒生指数数据、部分恒生股指期货数据和白糖期权仿真数据等。在下一步的工作中我们计划不断升级数据库，使其包括基金、指数、期货、外汇、利率、期权等金融生品的交易数据，以供推广期权定价理论的使用。

在系统数据安全性方面，本系统将数据录入到数据库中，使用时须从数据库调用到程序页面，这样使得数据的安全性得以保障，当数据在程序中被更改时，不影响在数据库中的原始数据。

下图为数据库中恒生指数期权数据和权证数据截图：

	Contract	Symbol	ExpDate	Type	StrikePrice	ExRatio	Date	O	H	L	C	Volume	OpenInt	
1	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-05 00:00:00.000	1.6080	1.6080	1.6080	1.6080	0	0	
2	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-06 00:00:00.000	2.1340	2.1340	2.1340	2.1340	0	0	
3	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-07 00:00:00.000	2.3650	2.3650	2.3650	2.3650	0	0	
4	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-08 00:00:00.000	2.2600	2.2600	2.2600	2.2600	0	0	
5	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-09 00:00:00.000	2.3030	2.3030	2.3030	2.3030	0	0	
6	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-12 00:00:00.000	2.4700	2.4700	2.4700	2.4700	0	0	
7	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-13 00:00:00.000	2.4240	2.4240	2.4240	2.4240	0	0	
8	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-14 00:00:00.000	2.2470	2.2470	2.2470	2.2470	0	0	
9	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-15 00:00:00.000	2.3690	2.3690	2.3690	2.3690	0	0	
10	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-16 00:00:00.000	2.2930	2.2930	2.2930	2.2930	0	0	
11	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-19 00:00:00.000	2.3650	2.3650	2.3650	2.3650	0	0	
12	鞍钢JTC1	000898	2006-12-01	C	3.600	1.0000	2005-12-20 00:00:00.000	2.7400	2.7400	2.7400	2.7400	0	0	

	Symbol	Interval	Date	O	H	L	C	Volume	OpenInt	
1	000629	86400	1998-11-15 00:00:00.000	15.0000	25.0000	13.5000	14.3500	29845592	0	
2	000629	86400	1998-11-18 00:00:00.000	14.0000	14.0000	13.2000	13.4700	6973099	0	
3	000629	86400	1998-11-19 00:00:00.000	13.0000	14.0000	12.5500	13.9500	8112976	0	
4	000629	86400	1998-11-20 00:00:00.000	13.8800	14.6000	13.5000	14.2000	6571462	0	
5	000629	86400	1998-11-21 00:00:00.000	14.3000	15.3000	13.8800	14.2500	10480620	0	
6	000629	86400	1998-11-22 00:00:00.000	14.1000	14.2500	13.0000	14.2000	2918037	0	
7	000629	86400	1998-11-25 00:00:00.000	14.0000	14.5000	13.7500	14.3000	3406624	0	
8	000629	86400	1998-11-26 00:00:00.000	14.3000	14.3800	13.6800	13.9500	1965335	0	
9	000629	86400	1998-11-27 00:00:00.000	13.9800	14.0000	13.5500	13.7500	1272439	0	
10	000629	86400	1998-11-28 00:00:00.000	13.5600	14.6500	13.4000	14.3000	5031576	0	
11	000629	86400	1998-11-29 00:00:00.000	14.3900	14.5000	13.7500	14.0200	2361805	0	
12	000629	86400	1998-12-02 00:00:00.000	13.9300	14.1000	13.6000	13.7000	2013625	0	

3.2.2 软件功能介绍

(1)市场数据

市场数据功能包括添加/移除/下载数据、数据图像查看、商品自定义、设置等功能。点击下图中的添加键，便可以选择数据库中的数据进行期权定价。点击移除功能键可以将多余的数据从数据设置界面中移除。在选定所需要的的数据之后，需要点击下载数据将数据库中的数据调用到程序中才能正常计算。点击标的名称黑色下标可以选择想要进行期权定价的股票，点击其他带有黑色下标单元格可以修改数据时间周期，调整标的的起始日期、截止日期、期权的类型和期权履约方式等。



(2)模型选择：波动率模型以及定价模型



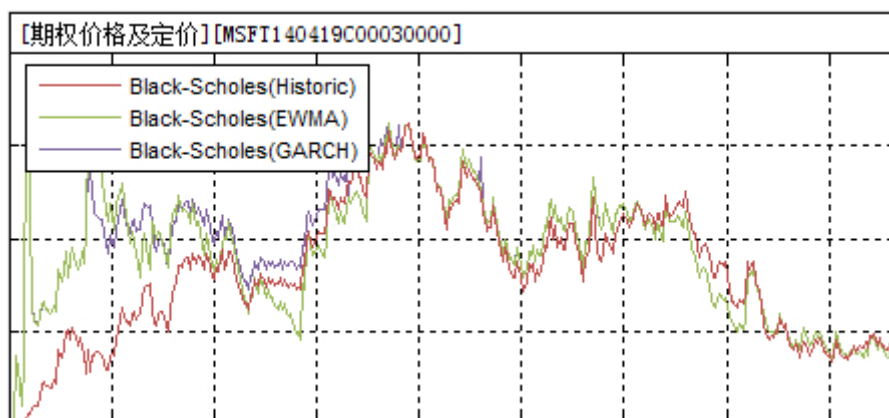
本系统开放波动率模型及定价模型选择，在模型选择界面，在界面左半部分可选择波动率模型，在界面的右半部分可选择期权定价模型。软件使用者同时选定需要的波动率模型的同时选择某一种或几种期权价格模型，在期权定价图中会显示由两侧模型共同决定的期权定价结果。目前软件主要适应于欧式期权，随着软件版本更新可支持更多的期权类型。

目前主要完善的定价模型有 Black-Scholes 模型、蒙特卡洛模拟、随机波动率 SV 模型和不变方差弹性 CEV 模型；波动率模型有历史波动率模型、隐含波动率模型、指数加权移动平均 EWMA 模型和 ARCH/GARCH 模型等。随着研究的不断深入，将丰富系统中的定价模型和波动率模型。下面介绍系统已完成的模型：

波动率估计模型		
历史波动率	EWMA	GARCH
期权定价模型		
基于 B-S 模型	Monte Carlo 模型	随机波动率模型
Black-Scholes(Historic)	Monte Carlo (GARCH)	Hull-White 定价模型
Black-Scholes (EWMA)		Heston 定价模型
Black-Scholes (GARCH)		

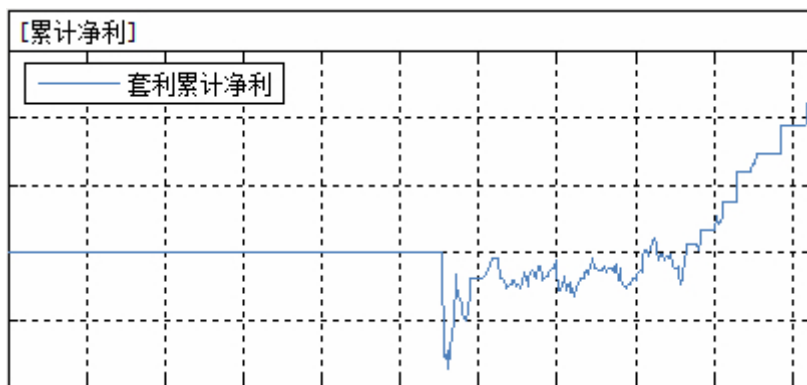
①Black-Scholes 模型

通过估计波动率，使用 B-S 公式进行期权定价。如图所示为选择历史波动率模型、EWMA 波动率模型、GARCH 波动率模型三种波动率模型和 Black-Scholes 期权定价模型所计算出来的微软看涨期权价格。



②蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛模型通过计算标的资产预测波动率，使用风险中性理论进行定价，预测波动率模型包括 GARCH 波动率模型等，其操作方法与选择 Black-Scholes 模型大体相同，下图为雅戈尔权证单独使用 GARCH 波动率模型和蒙特卡洛定价模型所进行套利的累积净利图；



③随机波动率模型

随机波动率模型假设波动率是随机的过程，即假设资产收益的，波动率过程服从某种随机过程，不同的随机过程产生不同的 SV 模型，包括 Hull-White 模型、Heston 模型；

④不变方差弹性模型（CEV 模型）

不变方差弹性模型假设存在价格依赖型波动率扩散过程，即资产的价格服从随机过程，而资产的波动率是关于资产价格的函数。CEV 模型尤其适用于计算特殊期权。

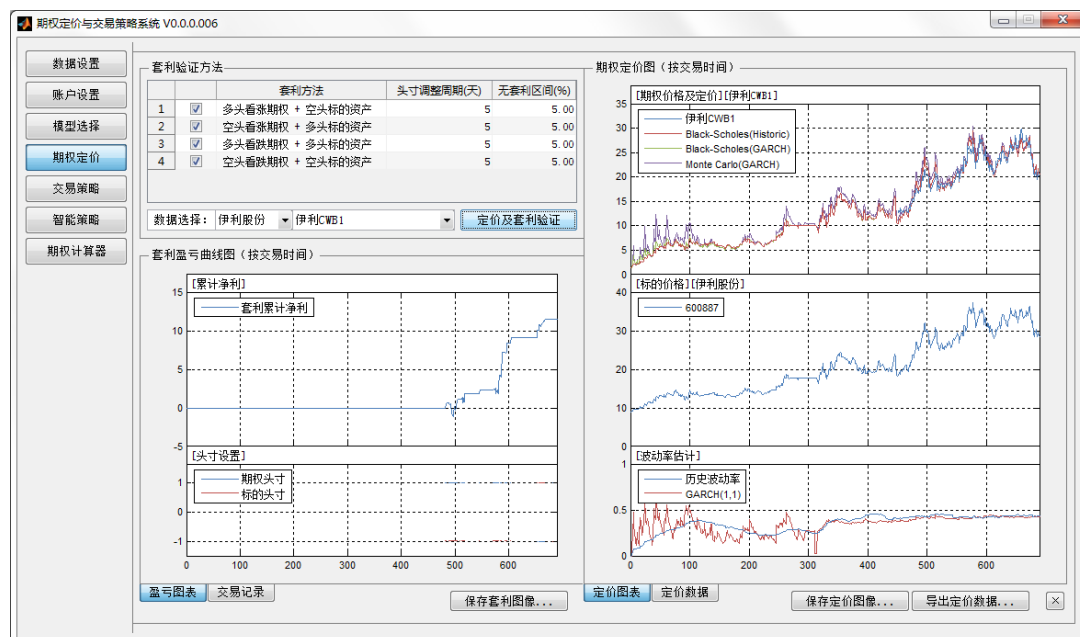
(3)期权定价

期权定价功能包括：期权定价图像、套利图像显示及导出保存、定价数据的导出保存、查看交易记录等功能。界面主要计算及绘制：标的价格、波动率估计、期权价格及定价、Delta 对冲验证头寸及累计净利。导出的统计报表中包含期权类型、到期日、执行价格、标的价格、期权价格、模型定价、波动率估计、收益率、Delta 希腊值等详尽信息，方便查询。

	A	B	F	G	H	M	P	Q	R	S	T	U	V
1	期权代码	标的名称	日期	期权价格	标的价格	GARCH(1,1)	Monte Carlo	Delta	套利累计净利	期权头寸	标的头寸	套利下界	套利上界
643	伊利股份	伊利股份	2007/08/28	26.286	34.820	0.423	27.163	1.000	9.106	0	0	26.902	27.163
644	伊利股份	伊利股份	2007/08/29	25.366	33.900	0.423	26.216	1.000	9.106	0	0	25.981	26.216
645	伊利股份	伊利股份	2007/08/30	25.807	34.190	0.421	26.503	1.000	9.106	0	0	26.270	26.503
646	伊利股份	伊利股份	2007/08/31	25.524	33.870	0.418	26.162	1.000	9.106	0	0	25.949	26.162
647	伊利股份	伊利股份	2007/09/03	25.978	34.200	0.417	26.466	1.000	9.106	0	0	26.278	26.466
648	伊利股份	伊利股份	2007/09/04	25.766	33.680	0.416	25.941	1.000	9.106	0	0	25.757	25.941
649	伊利股份	伊利股份	2007/09/05	28.456	35.360	0.423	27.758	1.000	9.106	0	0	27.436	27.758
650	伊利股份	伊利股份	2007/09/06	27.743	34.920	0.421	27.246	1.000	9.106	0	0	26.995	27.246
651	伊利股份	伊利股份	2007/09/07	26.058	33.520	0.425	25.885	1.000	9.106	0	0	25.594	25.885
652	伊利股份	伊利股份	2007/09/10	26.483	33.680	0.422	26.047	1.000	9.106	0	0	25.752	26.047
653	伊利股份	伊利股份	2007/09/11	26.481	32.070	0.430	24.509	1.000	9.106	-1	1	24.141	24.509
654	伊利股份	伊利股份	2007/09/12	25.921	32.500	0.427	24.869	1.000	10.096	0	0	24.570	24.869
655	伊利股份	伊利股份	2007/09/13	26.582	33.320	0.427	25.648	1.000	10.096	0	0	25.389	25.648
656	伊利股份	伊利股份	2007/09/14	28.328	34.340	0.427	26.725	1.000	10.096	-1	1	26.408	26.725
657	伊利股份	伊利股份	2007/09/17	28.620	35.340	0.428	27.719	1.000	10.804	0	0	27.410	27.719
658	伊利股份	伊利股份	2007/09/18	28.020	34.780	0.426	27.109	1.000	10.804	0	0	26.848	27.109
659	伊利股份	伊利股份	2007/09/19	29.379	35.460	0.424	27.786	1.000	10.804	-1	1	27.527	27.786
660	伊利股份	伊利股份	2007/09/20	29.838	35.710	0.422	27.994	1.000	10.595	-1	1	27.776	27.994
661	伊利股份	伊利股份	2007/09/21	28.203	34.430	0.424	26.781	1.000	10.950	-1	1	26.495	26.781

实际操作中，进入期权定价页面，在期权价格、套利盈亏计算完成之后，使用者只需点击页面下方的保存定价图像就可以将软件所做出的图像导出到指定位置，点击导出定价数据键可将数据以 excel 的文件形式保存到指定位置，同样，套利盈亏图像以及套利数据也可以很方便的导出。

如图为伊利股份期权定价页面所显示的图像，页面右上方显示的是选用历史波动率 Black-Scholes 模型、Black-Scholes (GARCH) 模型和 GARCH 蒙特卡洛模型所输出期权定价与市场权证的价格数据，通过四条价格线可以看出三种模型与市场真实价格之间的拟合程度，右侧中间的是伊利股份的股票价格，页面右下方的图像显示的是历史波动率模型和 GARCH 模型所计算出的两种波动率。页面左上方显示的是所选取的套利方法，页面的左下方显示的是累积净利图显示的是同时使用三种定价模型进行套利所产生的累积净利。



第四章 实证分析

4.1 权证

4.1.1 权证定义

由于国内还没开放期权市场，所以用于实证分析的期权数据，我们使用的是权证数据。权证（Warrant），是指基础证券发行人或其以外的第三人发行的，约定持有人在规定的期间内或特定到期日，有权按约定价格向发行人购买或出售标的证券，或以现金结算方式收取结算差价的有价证券。按买卖方向分为认购权证和认沽权证。认购权证持有人有权按约定价格在特定期限内或到期日向发行人买入标的证券，认沽权证持有人则有权卖出标的证券。从定义容易看出，根据权利的行使方向，权证可以分为认购权证和认沽权证，认购权证属于期权当中的“看涨期权”，认沽权证属于“看跌期权”。

4.1.2 权证历史

全球第一只权证产品出现在美国，它是由美国电灯和能源公司(American Light & Power)在 1911 年发行的。我国在 1992 年 6 月发行了大飞乐配股权证，它是有上海证券交易所发行的第一只权证产品。1992 年 10 月，深圳证券交易所推出了深圳宝安认股权证。权证市场仅仅建立了 4 年就在 1996 年 6 月底被中国证监会关闭。

2005 年，股权分置改革再一次给权证市场带来了启动的机遇。2005 年 7 月 18 日和 19 日，深圳证券交易所和上海证券交易所分别发布两个权证管理的暂行办法，这标志着我国再一次开始建设权证市场。2005 年 8 月 22 日，宝钢权证在上海证券交易所正式挂牌上市，标志着中国金融衍生品市场的正式开幕。从 2005 年到 2011 年长达 7 年的时间里，我国权证市场先后发行的权证数量仅为 58 只，其中深圳证券交易所发行 19 只，上海证券交易所 39 只。2011 年 8 月 22 日，在长虹权证到期之后，权证市场停止交易。

4.1.3 权证分类

根据权证发行主体的不同，将权证分为股本权证和备兑权证。股本认股权证是指由上市公司通过增发新股以增加股份公司的股本来满足认股权证的行权。备兑权证则是由标的证券发行人以外的第三人（通常为投资银行、券商等金融机构）发行的权证，单个股票或者是一篮子股票等各种金融产品都可以作为标的资产

根据权证权利内容的不同，我们将权证分为认购权证和认沽权证二种。认购权证是一种买权，该权证持有人有权于约定期间或者到期日按约定价格向权证的发行人买进一定数量的标的资产。认沽权证是一种卖权，该权证持有人有权于约定期间或者特定到期日以约定价格向权证发行人出售一定数量的标的资产。

权证按照合同中约定的执行方式的不同，分为美式、欧式和百慕大三种。其中美式权证是指权证的持有人可以在约定到期日前的任意时间来行使权证所拥有的权利，欧式权证是指权证的持有人只可以在权证到期日当天行使权证拥有的权利，标准的百慕大权证通常在权证上市日和到期日之间多设定一个行权日的权证，后期发展的百慕大权证可以在事先指定的存续期内的若干个交易日行权。

中国权证市场历史上的 58 只权证中，有 29 只是备兑权证，还有 29 只股本权证。21 只认购权证，37 只认沽权证。40 只欧式期权，2 只美式期权，16 只百慕大期权。

4.1.4 股票期权与股本权证的区别

有无发行环节。股本权证在进入交易市场之前，必须由发行股票的公司向市场发行；而期权无需经过发行环节，只要买卖双方同意，就可直接成交。

是否影响总股本。股本权证行权后，影响总股本。而备兑权证行权不影响总股本。期权行权不影响总股本。

下表为 58 只权证的权证性质、行权方式、行权价格、行权比例、上市日期、行权起始日期、行权截止日期以及权证总份数的相关数据。

标的证券	权证性质	行权方式	行权价格	行权比例	权证上市日	行权起始日	行权截至日	权证总份
G 鞍钢	认购	欧式	3.6	1	2005/12/5	2006/12/1	2006/12/5	1.13E+08
G 五粮液	认购	百慕大	6.93	1	2006/4/3	2008/3/27	2008/4/2	2.98E+08
华侨城 A	认购	百慕大	7	1	2006/11/24	2007/11/19	2007/11/23	1.50E+08

新钢钒	认购	百慕大	3.95	1	2006/12/12	2007/11/28	2008/12/11	8.00E+08
深发展 A	认购	百慕大	19	1	2007/6/29	2007/11/19	2007/12/28	2.09E+08
深发展 A	认购	百慕大	19	1	2007/6/29	2008/5/19	2008/6/27	1.04E+08
中信国安	认购	欧式	35.5	0.5	2007/9/25	2009/9/11	2009/9/24	95710000
中兴通讯	认购	百慕大	78.13	0.5	2008/2/22	2010/2/1	2010/2/12	65200000
东阿阿胶	认购	百慕大	5.5	1	2008/7/18	2009/7/13	2009/7/17	1.31E+08
G 新钢钒	认沽	百慕大	4.85	1	2005/12/5	2007/5/8	2007/5/8	2.33E+08
G 万科 A	认沽	百慕大	3.73	1	2005/12/5	2006/8/29	2006/9/4	2.14E+09
华菱管线	认沽	百慕大	4.9	1	2006/3/2	2008/2/27	2008/2/29	6.33E+08
G 五粮液	认沽	百慕大	7.96	1	2006/4/3	2008/3/27	2008/4/2	3.13E+08
深能源 A	认沽	百慕大	7.12	1	2006/4/27	2006/10/20	2006/10/26	4.38E+08
中集集团	认沽	百慕大	10	1	2006/5/25	2007/11/19	2007/11/23	4.24E+08
*ST 吉炭	认沽	百慕大	4	1		2007/5/29	2007/6/4	36014700
G 钾肥	认沽	百慕大	15.1	1	2006/6/30	2007/6/25	2007/6/29	1.20E+08
大冶特钢	认沽	百慕大	3.8	1		2007/2/7	2007/3/8	1.67E+08
深赤湾	认沽	美式	12.34	1		2007/5/23	2007/5/29	68411131
G 宝钢	认购	欧式	4.5	1	2005/8/22	2006/8/30	2006/8/30	3.88E+08
G 武钢	认购	欧式	2.9	1	2005/11/23	2006/11/16	2006/11/22	4.74E+08
包钢股份	认购	欧式	2	1	2006/3/31	2007/3/26	2007/3/30	7.15E+08
邯郸钢铁	认购	欧式	2.8	1	2006/4/7	2007/3/29	2007/4/4	9.26E+08
首创股份	认购	欧式	4.55	1	2006/4/24	2007/4/17	2007/4/23	60000000
烟台万华	认购	欧式	9	1	2006/4/27	2007/4/20	2007/4/26	56576000
雅戈尔	认购	欧式	3.8	1	2006/5/22	2007/5/17	2007/5/21	90661770
长江电力	认购	欧式	5.5	1	2006/5/25	2007/5/18	2007/5/24	1.23E+09
国电电力	认购	欧式	4.8	1	2006/9/5	2007/8/29	2007/9/4	1.51E+08
伊利股份	认购	欧式	8	1	2006/11/15	2007/11/8	2007/11/14	1.55E+08
马钢股份	认购	欧式	3.4	1	2006/11/29	2007/11/15	2008/11/28	1.27E+09
中化国际	认购	欧式	6.58	1	2006/12/18	2007/12/11	2007/12/17	1.80E+08
云天化	认购	欧式	18.23	1	2007/3/8	2009/2/23	2009/3/6	54000000
武钢股份	认购	欧式	10.2	1	2007/4/17	2009/4/10	2009/4/16	7.28E+08
深高速	认购	欧式	13.85	1	2007/10/30	2009/10/23	2009/10/29	1.08E+08
日照港	认购	欧式	14.25	1	2007/12/12	2008/11/19	2008/12/2	61600000
上海汽车	认购	欧式	27.43	1	2008/1/8	2009/12/31	2010/1/7	2.27E+08
赣粤高速	认购	欧式	20.88	1	2008/2/28	2009/2/16	2010/2/26	56400000
中远航运	认购	欧式	40.38	0.5	2008/2/26	2009/8/19	2009/8/25	51450000
中国石化	认购	百慕大	19.68	0.5	2008/3/4	2010/2/25	2010/3/3	3.03E+09
上港集团	认购	百慕大	8.4	1	2008/3/7	2009/3/2	2009/3/6	2.92E+08
青岛啤酒	认购	欧式	28.32	0.5	2008/4/18	2009/10/13	2009/10/19	1.05E+08
国电电力	认购	欧式	7.5	1	2008/5/22	2010/5/17	2010/5/21	4.27E+08
康美药业	认购	欧式	10.77	0.5	2008/5/26	2009/5/19	2009/5/25	1.67E+08
宝钢股份	认购	欧式	12.5	0.5	2008/7/4	2010/6/28	2010/7/3	1.60E+09

葛洲坝	认购	欧式	9.19	0.5	2008/7/11	2010/1/4	2010/1/10	3.02E+08
江西铜业	认购	欧式	15.44	0.25	2008/10/10	2010/10/4	2010/10/9	1.76E+09
四川长虹	认购	欧式	5.23	1	2009/8/19	2011/8/12	2011/8/18	5.73E+08
南方航空	认沽	欧式	7.43	0.5	2007/6/21	2008/6/20	2008/6/20	1.40E+09
贵州茅台	认沽	欧式	30.3	0.25	2006/5/30	2007/5/29	2007/5/29	4.32E+08
青岛海尔	认沽	欧式	4.39	1	2006/5/22	2007/5/10	2007/5/16	6.07E+08
雅戈尔	认沽	欧式	4.25	1	2006/5/22	2007/5/17	2007/5/21	6.35E+08
烟台万华	认沽	欧式	13	1	2006/4/27	2007/4/20	2007/4/26	84864000
原水股份	认沽	欧式	5	1	2006/4/19	2007/2/6	2007/2/12	2.80E+08
包钢股份	认沽	欧式	2.45	1	2006/3/31	2007/3/26	2007/3/30	7.15E+08
上海机场	认沽	欧式	13.6	1	2006/3/7	2007/3/6	2007/3/6	5.68E+08
招商银行	认沽	欧式	5.65	1	2006/3/2	2007/8/27	2007/8/31	2.24E+09
白云机场	认沽	美式	7	1	2005/12/23	2006/3/23	2006/12/22	2.40E+08
武钢股份	认沽	欧式	3.13	1	2005/11/23	2006/11/16	2006/11/22	4.74E+08

4.2 权证定价误差分析说明

对于期权定价分析，我们主要分析模型所估计出的期权价格与真实市场价格之间的拟合程度,通过三个衡量指标对各个模型所估计结果的拟合程度进行比较,第一个是平均绝对误差(mean absolute error, MAE),将估计值与真实值作差取绝对值，再将其除以样本量进行平均化，样本量即数据中的交易天数。第二个是平均百分比相对误差(mean percentage error, RPE)。第三个是平均百分比绝对误差(mean absolute percentage error,ARPE)。

$$MAE = \frac{1}{N} \sum |P_{model} - P_{obs}|$$

$$RPE = \frac{1}{N} \sum \frac{P_{model}}{P_{obs}} - 1$$

$$ARPE = \frac{1}{N} \sum \left| \frac{P_{model}}{P_{obs}} - 1 \right|$$

式中 P_{model} 为模型期权定价结果， P_{obs} 为实际市场价格。三种误差反映的定价拟合度信息是不同的，单一的看某一种误差得到的信息也是不准确的。

MAE 作为绝对误差，反映的是定价与实际价格的绝对差距，不同的期权，期权价格不同，MAE 的数量级也是不同的，一般而言六种模型的 MAE 数量级是相同的。

RPE 作为相对误差，有正值和负值之差，RPE 为正，则表明定价价格平均而言是偏高的；RPE 为负，则表明定价价格平均而言是偏低的。

ARPE 作为绝对相对误差，相比于 MAE 指标，ARPE 是一个百分比的数值，可以更好的刻画误差值与期权价格之间的相对关系，消除了 MAE 要事先考虑数量级的不便之处；相比于 RPE 指标，ARPE 指标是一个绝对值数据，数据是正数，更真实的反映出定价与实际价格的偏差。ARPE 的不足之处在于，期权的真实价格对于 ARPE 的影响十分巨大，当真实价格极小时，ARPE 会显得异常。一般而言，ARPE 的值不会超出在 0-10 的范围，对于过大的 ARPE，我们需要查视期权真实价格，参考 MAE 的值。

MAE 的标准差，是指期权价格与定价的绝对误差 $|P_{model} - P_{obs}|$ 构成一系列新的时间序列，这列时间序列的标准差就称为 MAE 的标准差，它代表着绝对误差时间序列的波动性，反映了定价误差的稳定性，即定价效果的稳定性。同理于 RPE 和 ARPE 的标准差。

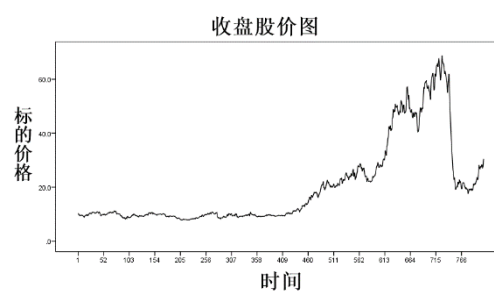
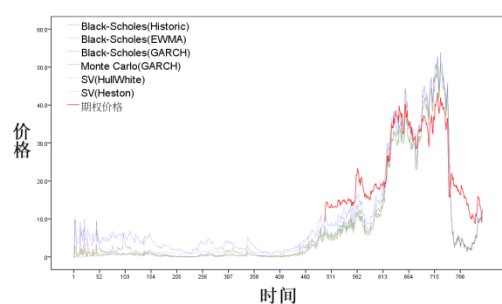
4.2.1. 数据说明

期权代码	标的起始时间	权证数据起始时间 (发行日)	定价截止时间 (到期日)	总交易天数
葛洲坝	2005/1/4	2008/7/11	2010/1/4	350
包钢	2005/1/4	2006/3/31	2007/3/26	233
国电	2005/1/4	2008/5/22	2010/5/17	456
邯钢	2005/1/4	2006/4/7	2007/3/29	234
万华	2005/1/4	2006/4/27	2007/4/20	236

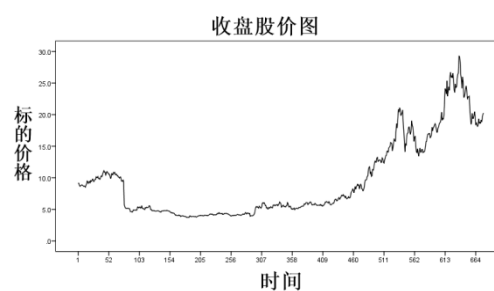
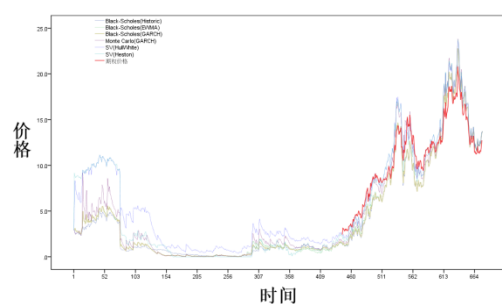
雅戈尔	2005/1/4	2006/5/22	2002/5/27	237
伊利	2005/1/4	2006/11/15	2007/11/8	236
云天化	2005/1/4	2007/3/8	2009/2/23	312
长电	2005/1/4	2006/5/25	2007/5/18	235
中化	2005/1/4	2006/12/28	2007/12/11	232

4.2.2 认购权证定价误差分析

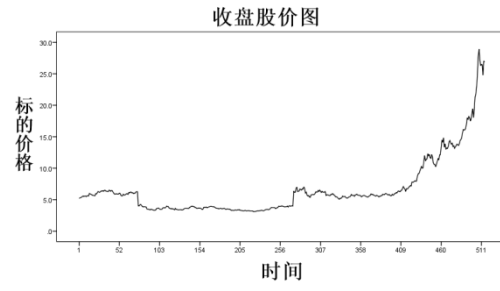
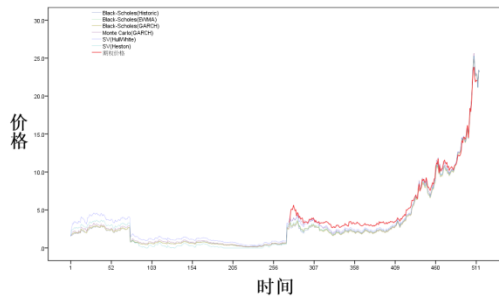
云天化认购权证定价误差对比



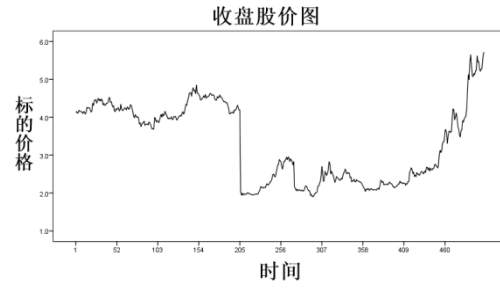
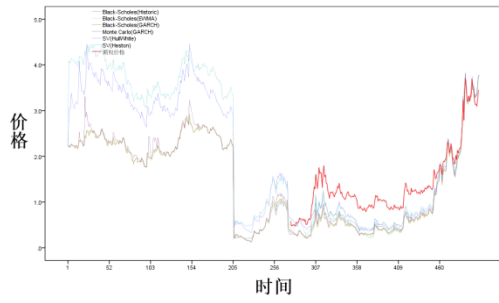
中化认购权证定价误差对比



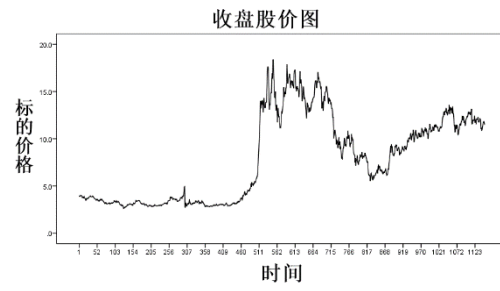
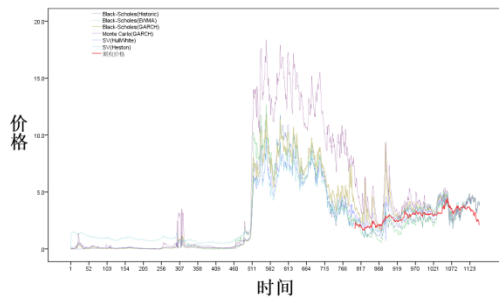
雅戈尔认购权证定价误差对比



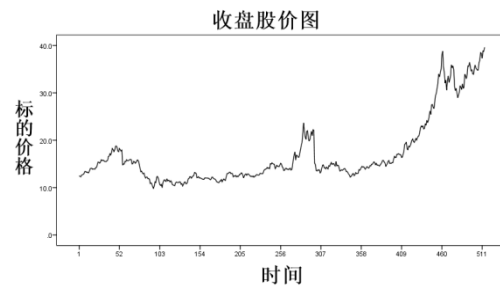
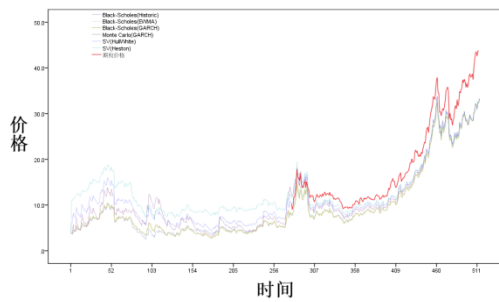
包钢认股权证定价误差对比



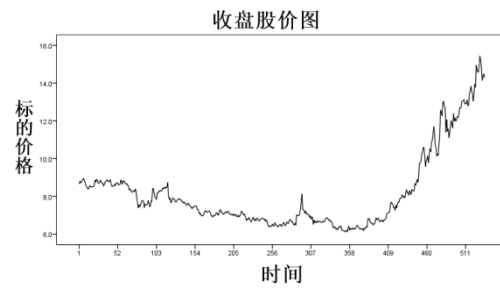
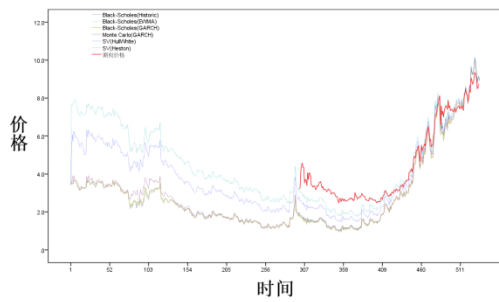
葛洲坝认股权证定价误差对比



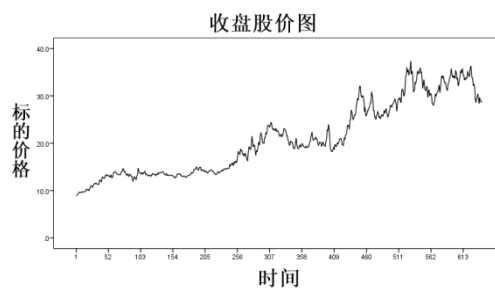
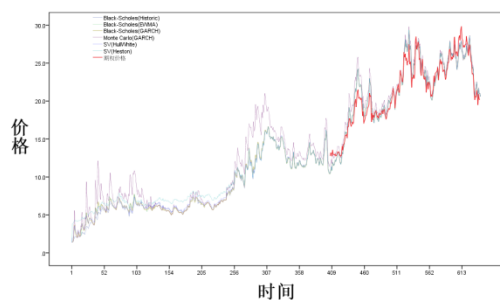
万华认股权证定价误差对比



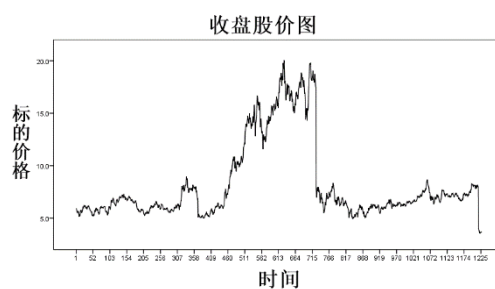
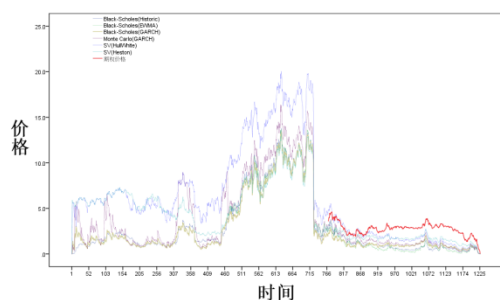
长电认股权证定价误差对比



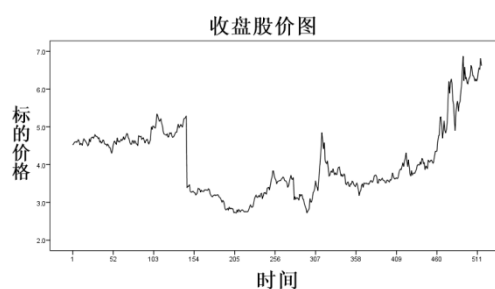
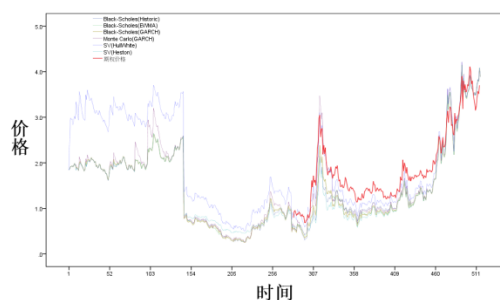
伊利认购权证定价误差对比



国电认购权证定价误差对比



邯钢认购权证定价误差对比



MAE 误差值

误差值	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
云天化	6.798	6.8469	7.0595	6.3687	5.6435	6.834
中化	1.4608	1.3683	1.4238	1.1209	1.0216	1.1587
雅戈尔	0.8611	0.8513	0.8534	0.5989	0.5463	0.7381
包钢	0.4399	0.4445	0.4758	0.4528	0.342	0.3392
葛洲坝	0.5864	0.6736	0.7709	1.1807	0.4944	0.504
万华	4.4322	4.4008	4.4505	3.5942	3.2697	3.1867
长电	1.0194	1.0339	1.0392	0.9745	0.6643	0.4969
伊利	0.845	0.8448	0.8453	1.1657	0.8456	0.8409
国电	1.8276	1.9483	1.7356	1.4832	1	0.9958
邯钢	0.393	0.3884	0.4029	0.3224	0.21	0.4495
均值	1.86634	1.88008	1.90569	1.7262	1.40374	1.55438

RPE 误差值

误差值	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
云天化	-0.3035	-0.3064	-0.3204	-0.245	-0.1795	-0.3046
中化	-0.1413	-0.1245	-0.1338	-0.0252	0.02	0.0032
雅戈尔	-0.2055	-0.2041	-0.2047	-0.1366	-0.1185	-0.1747
包钢	-0.3963	-0.4082	-0.4293	-0.4077	-0.2829	-0.2963
葛洲坝	-0.0967	-0.1494	0.2552	0.4393	0.1043	0.076
万华	-0.2431	-0.2413	-0.2447	-0.169	-0.1502	-0.1257
长电	-0.2959	-0.3012	-0.3026	-0.2829	-0.1789	-0.1054
伊利	0.0093	0.0093	0.0092	0.0427	0.0094	0.0097
国电	-0.6764	-0.7222	-0.639	-0.5555	-0.3468	-0.368
邯钢	-0.2331	-0.2335	-0.2429	-0.1802	-0.0964	-0.2681
均值	-0.25825	-0.26815	-0.2253	-0.15201	-0.12195	-0.15539

ARPE 误差值

误差值	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
云天化	0.3726	0.3755	0.3893	0.3482	0.2994	0.3735
中化	0.1822	0.1656	0.1747	0.121	0.0952	0.1359
雅戈尔	0.2098	0.2084	0.2091	0.1479	0.1271	0.1805
包钢	0.4016	0.4136	0.4346	0.4149	0.3026	0.3048
葛洲坝	0.2158	0.2517	0.2927	0.4647	0.1794	0.1801
万华	0.2431	0.2413	0.2447	0.1859	0.1607	0.1488
长电	0.3035	0.3088	0.3102	0.2935	0.1941	0.1377
伊利	0.0407	0.0407	0.0408	0.0565	0.0407	0.0406
国电	0.6765	0.7228	0.6422	0.5568	0.3805	0.3713
邯钢	0.2455	0.2459	0.2553	0.2046	0.1241	0.2805
均值	0.28913	0.29743	0.29936	0.2794	0.19038	0.21537

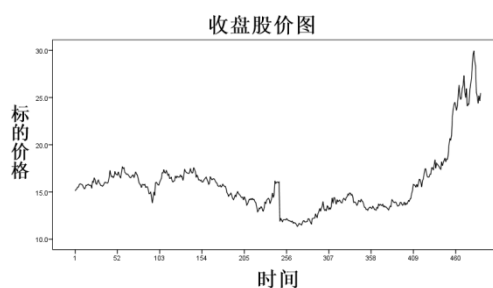
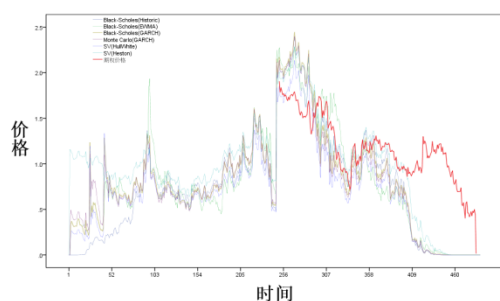
从这十只认购权证中我们发现以下几种情况：

1. 几乎对所有的十支权证，六种模型的定价相比真实价格普遍偏低。这可以从 RPE 误差的绝对值与 ARPE 误差极为接近，且 RPE 误差为负值这两种情况结合定价对比图看出。
2. 对于某些权证，六种模型的定价误差都极小或者较小，定价较为准确，六种模型的定价区别不大，例如伊利认购权证。
3. 有些权证的模型定价误差较大，B-S 公式模型尤为明显，蒙特卡洛模型和随机波动率模型的误差要明显小于 B-S 公式模型，例如国电、包钢两支认购权证。

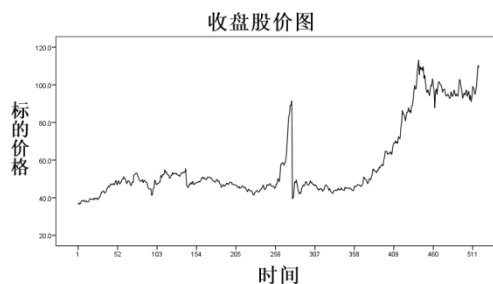
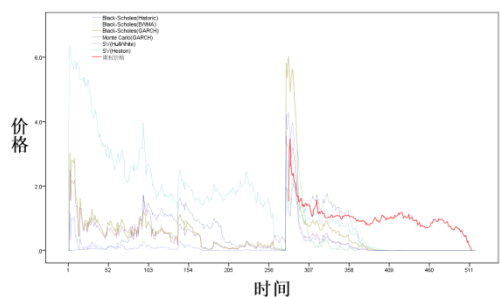
4. 部分权证出现定价误差分为三档的情况，定价误差最小的是随机波动率模型，其次是蒙特卡洛模型，最大的是 B-S 公式模型，例如葛洲坝、万华、长电三支认购权证。
5. 一般而言，几乎所有权证随机波动率模型中的 Hull-White 模型的定价误差要明显好于 B-S 模型，但是对于一些权证随机波动率模型中的 Heston 模型的定价误差却与 B-S 模型相差不大，例如邯钢、雅戈尔和云天化三支认购权证。

4.2.3 认沽权证定价误差对比

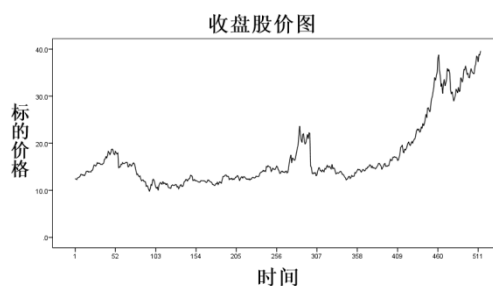
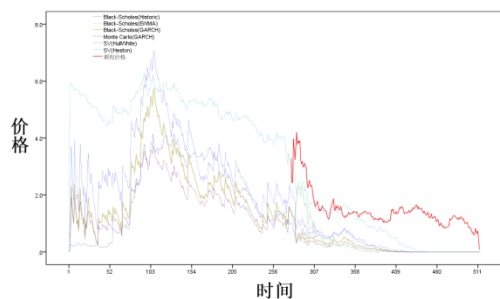
沪场认沽权证定价图



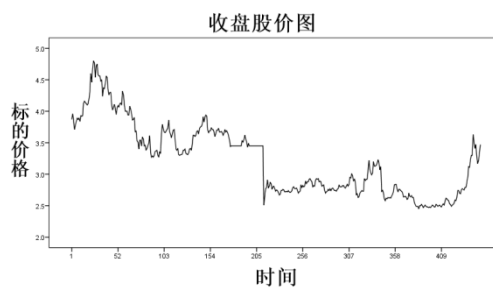
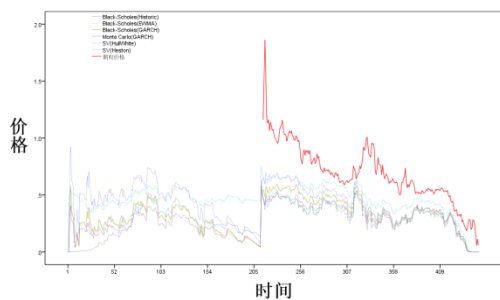
茅台认沽权证定价对比图



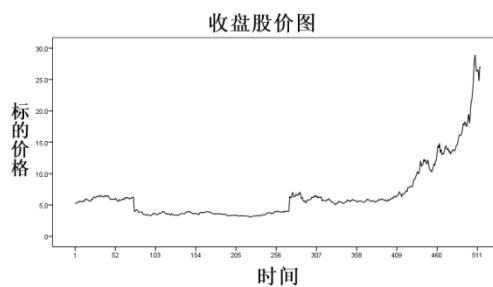
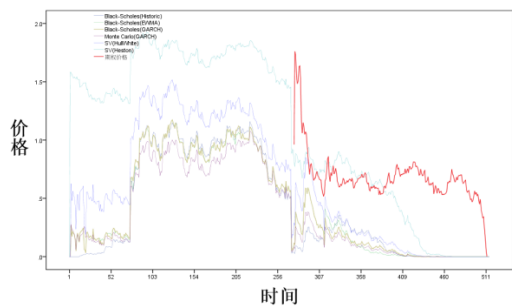
万华认沽权证定价对比图



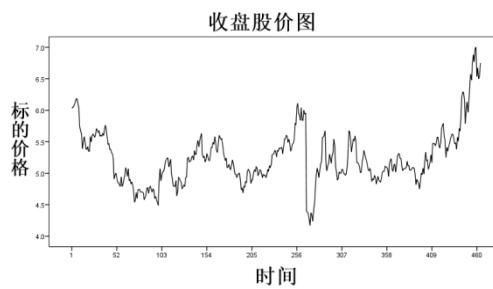
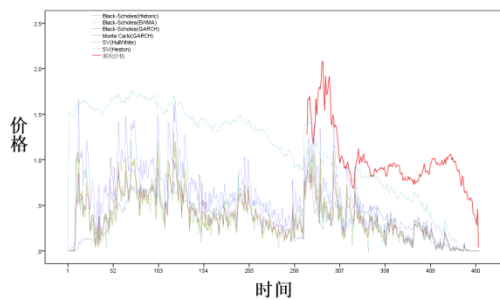
武钢认沽权证定价对比图



雅戈尔认沽权证定价对比图



原水认沽权证定价对比图



MAE 误差值

MAE	historic	ewma	garch	garchMC	Hull-White	Heston
沪场	0.441	0.4814	0.4699	0.4808	0.4825	0.3841
茅台	0.6348	0.9485	0.8142	0.8228	0.8668	0.6244
万华	1.2265	1.2042	1.2969	1.3415	1.1584	0.7282
武钢	0.3618	0.3581	0.3153	0.3544	0.2786	0.2262
雅戈尔	0.5906	0.5817	0.5819	0.6103	0.5085	0.3317
原水	0.7178	0.7194	0.723	0.7386	0.6355	0.3725
均值	0.6620833	0.71555	0.7002	0.7247333	0.65505	0.4445167

PRE 误差值

RPE	historic	ewma	garch	garchMC	Hull-White	Heston
沪场	-0.336	-0.3626	-0.3685	-0.4025	-0.4638	-0.2797
茅台	-0.5893	-0.7868	-0.6923	-0.8427	-0.8557	-0.6839

万华	-0.8486	-0.8793	-0.8979	-0.9252	-0.8222	-0.2681
武钢	-0.5271	-0.5284	-0.4681	-0.5222	-0.4282	-0.338
雅戈尔	-0.8627	-0.865	-0.8644	-0.9017	-0.7677	-0.4068
原水	-0.7345	-0.7512	-0.7539	-0.7708	-0.6761	-0.4002
均值	-0.6497	-0.69555	-0.674183	-0.727517	-0.66895	-0.396117

APRE 误差值

ARPE	historic	ewma	garch	garchMC	Hull-White	Heston
沪场	0.4443	0.4852	0.4662	0.4878	0.4985	0.404
茅台	0.7011	0.9347	0.8185	0.8685	0.9025	0.6941
万华	0.8486	0.8793	0.8979	0.9252	0.8222	0.5591
武钢	0.5271	0.5284	0.4681	0.5222	0.4282	0.338
雅戈尔	0.8627	0.865	0.8644	0.9017	0.7689	0.5199
原水	0.7345	0.7512	0.7539	0.7708	0.6773	0.4092
均值	0.6863833	0.7406333	0.7115	0.7460333	0.6829333	0.4873833

- 1、认沽权证的定价误差明显大于认购权证，定价误差六支模型表现的差距并不如认购权证明显，六支模型的定价误差都较高。
- 2、对于认沽权证而言，随机波动率模型的定价误差要小于 B-S 公式模型，其中 Heston 模型的定价效果明显好于其他模型。
- 3、认沽权证实际价格在最后时刻价格收敛于 0 的速度要慢于模型定价，即认沽权证在理论价值接近于 0 时仍然保有一定的市场价值。

我们对以上认购权证和认沽权证误差对比现象的代表性的权证，伊利、国电、长电三只认购权证和沪场、武钢两只认沽权证进行了如下几方面分析：

1. 权证真实价格是否在期权理论价格上下限之间，如果明显在这个区间之外，那么说明对于这支权证，市场的表现是不成熟不理性的。
2. 标的价格与执行价格的对比，然后与 B-S 公式进行结合分析，得出有待进一步验证的结论。
3. 收益率序列正态分布分析，验证随机波动率的基本假设是否是对 B-S 模型的改进。

4.2.4 权证定价误差分析

期权理论价格上下限是通过无套利准则确定的期权（权证）价格理论最大、最小值，即：

$$\max(S - Ke^{-rT}, 0) \leq c \leq S,$$

$$\max(Ke^{-rT} - S, 0) \leq p \leq Ke^{-rT}.$$

上式中， c 为看涨期权（认购权证）价格， p 为看跌期权价格（认沽权证）， K 为所购买的期权标的资产的执行价格， S 为标的价格， r 为无风险金融资产的年回报率，即无风险年利率， T 为所购买的期权的有效期限即期权的存续期，单位为年。

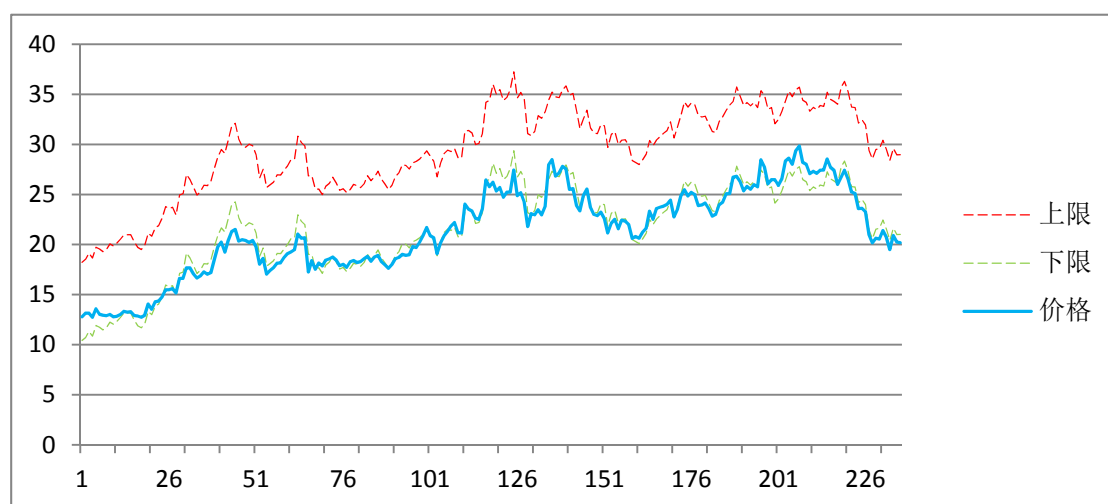
正态检验，

4.2.4.1 伊利认购权证分析

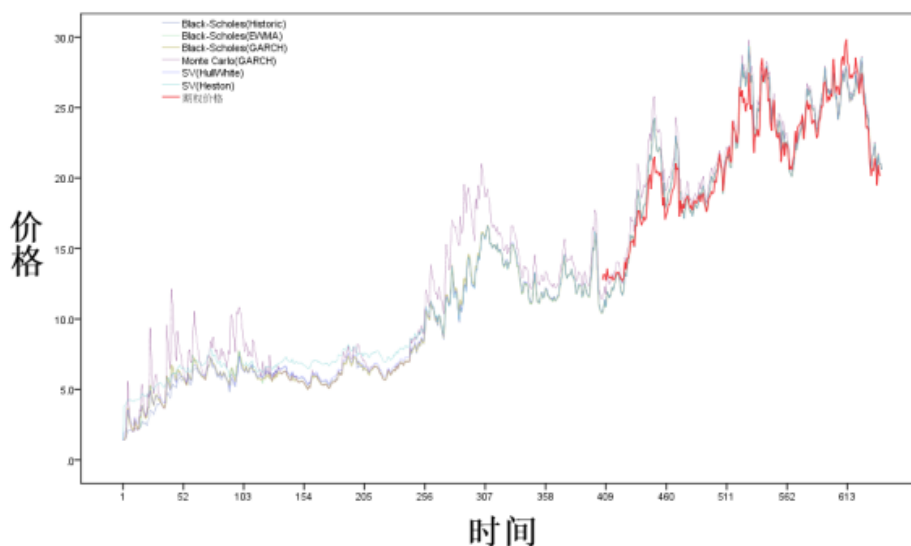
伊利认购权证定价误差明显小于其他权证，六种模型的定价都极为准确：

伊利	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
MAE	0.845	0.8448	0.8453	1.1657	0.8456	0.8409
RPE	0.0093	0.0093	0.0092	0.0427	0.0094	0.0097
ARPE	0.0407	0.0407	0.0408	0.0565	0.0407	0.0406

为了分析产生这种现象的原因，我们先对伊利权证真实价格与理论价格上下限进行了对比，如下图：



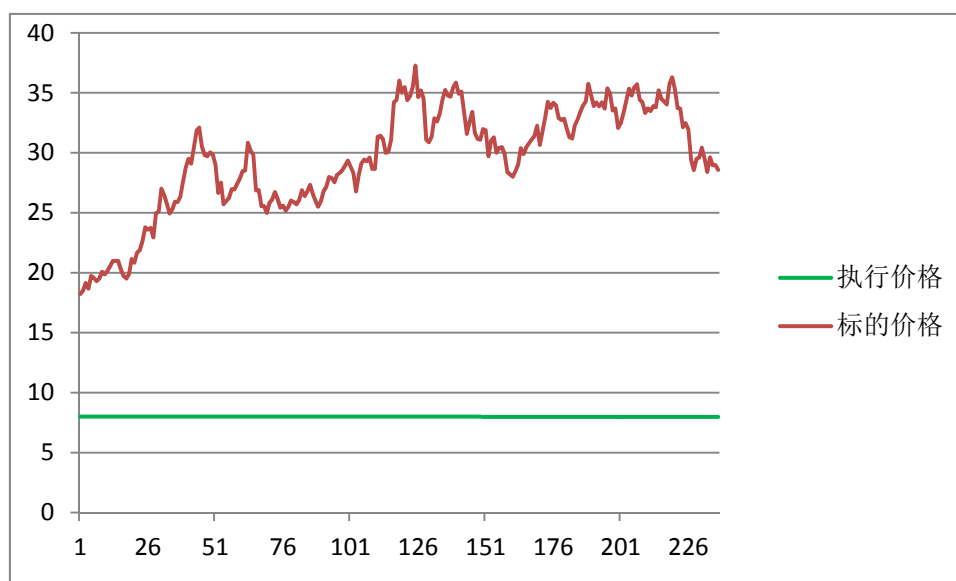
定价对比图：



从图中可以看出伊利权证实际价格与理论下限极为接近，而定价模型给出的伊利认购权证定价与真实价格定价误差较小，也就意味着定价模型的定价结果与理论下限极为接近。下面我们通过对 B-S 公式

$$c = SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)$$

的分析，给出理论解释，首先我们给出标的价格与执行价格的对比图：



从图中可以看出伊利权证直到到期日结束之前标的价格都远远的高于执行价格，对 B-S 公式产生进行分析：

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

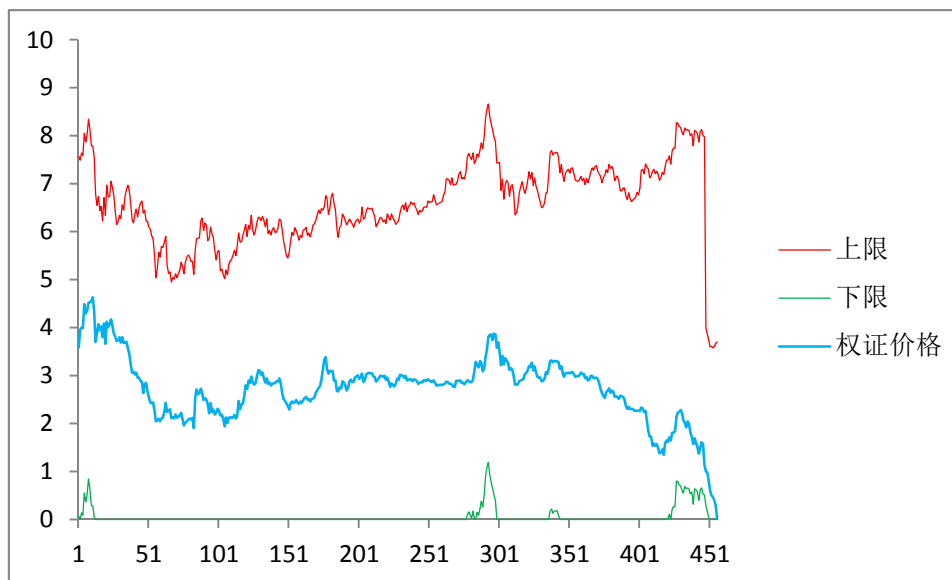
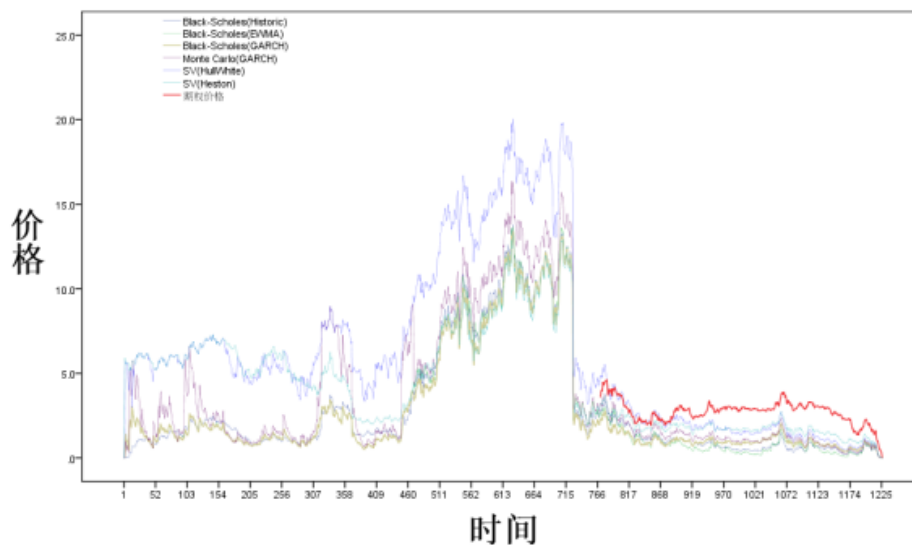
$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

d_1 和 d_2 的数值都较大，使得 B-S 公式模型的定价结果与理论下限较为接近。

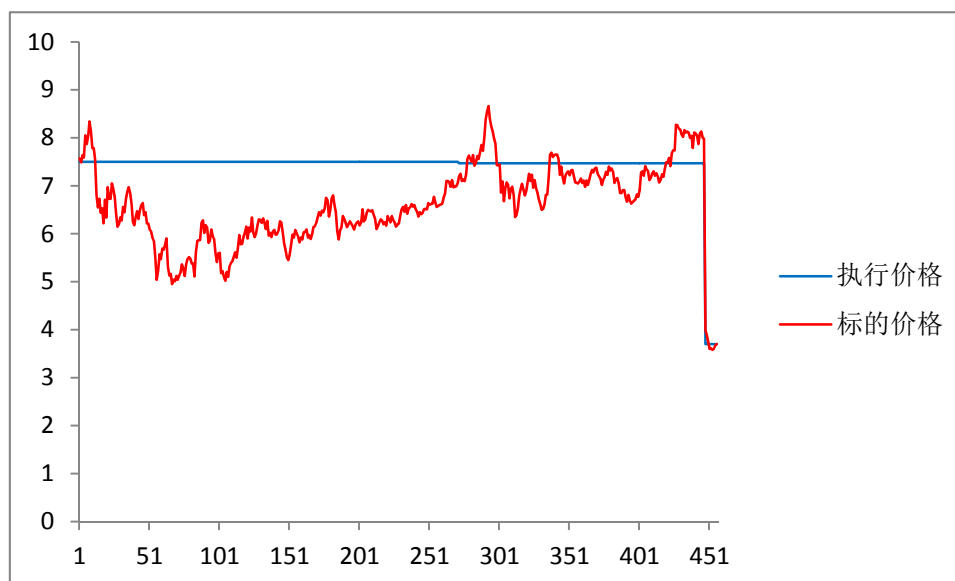
这种情形下意味着对于欧式看涨期权（认购权证）当标的价格远远高于执行价格时，模型的定价结果与理论下限是较为接近的，也就意味着对于此种期权（权证）定价模型的区别是不大的，没有进一步数据研究的意义。

4.2.4.2 国电认购权证

定价对比图：



期权价格在理论上下限之内，但是理论下限几乎为 0，即执行价格和标的价格较为接近，对比图如下：



此时 B-S 公式模型的定价误差较大,而且 RPE 的绝对值与 ARPE 极为接近,结合定价对比图,可以看出模型的定价基本上始终小于真实价格。从 B-S 公式中可以看出, d_1 和 d_2 的数值主要由 σ 决定,定价误差较大也就意味着, B-S 公式在估计波动率方面与实际(隐含波动率)相差较大。

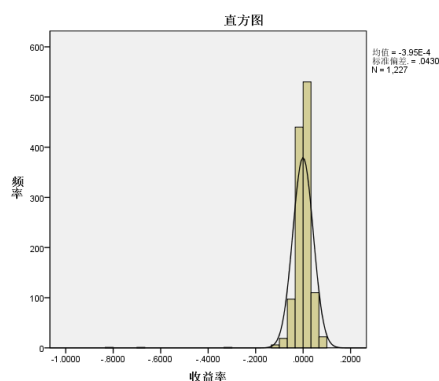
国电	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
MAE	1.8276	1.9483	1.7356	1.4832	1	0.9958
RPE	-0.6764	-0.7222	-0.639	-0.5555	-0.3468	-0.368
ARPE	0.6765	0.7228	0.6422	0.5568	0.3805	0.3713

我们对收益率序列、调整收益率序列进行正态检验:

假设检验汇总

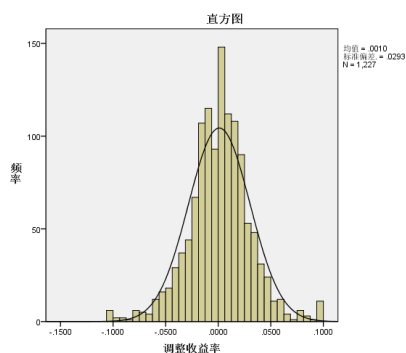
	原假设	测试	Sig.	决策者
1	收益率 的分布为正态分布, 平均值为 -0.00, 标准差为 0.04。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.000	拒绝原假设。
2	调整收益率 的分布为正态分布, 平均值为 0.00, 标准差为 0.03。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.008	拒绝原假设。

显示渐进显著性。显著性水平是 .05。



收益率	
偏度	-9.016
偏度的标准误	.070
峰度	155.250
峰度的标准误	.140

国电认购权证收益率序列、调整收益率序列都未能通过正态检验，但从偏度峰度统计量表可以看出，收益率序列峰度值 155.250 远远大于 0、偏度-9.016 远远小于 0，虽然国电的调整收益率序列未能通过正态检验，但是调整收益率的峰度和偏度是有显著改善的，也就是说我们对收益率的调整是合理的。此时 B-S 公式的基本假设是不成立的。

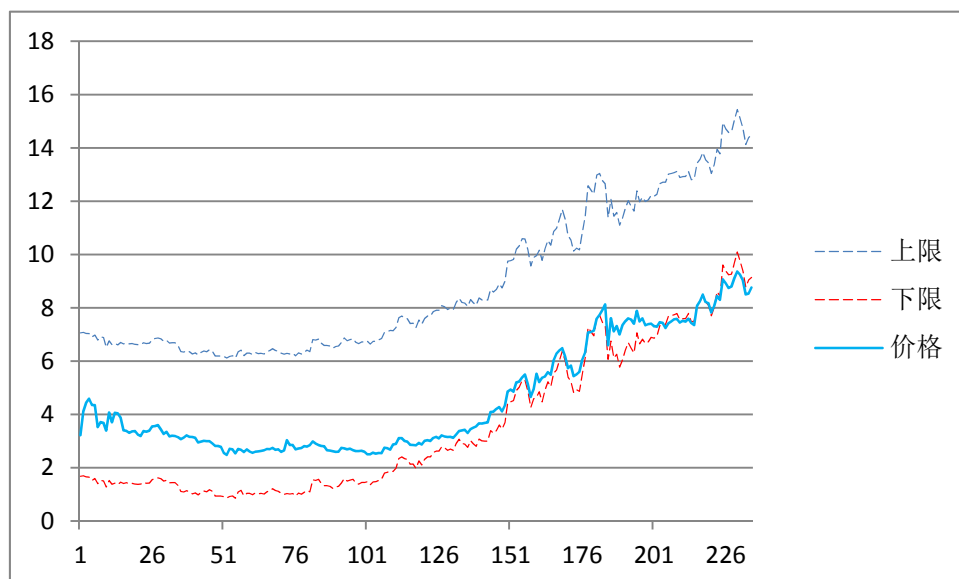
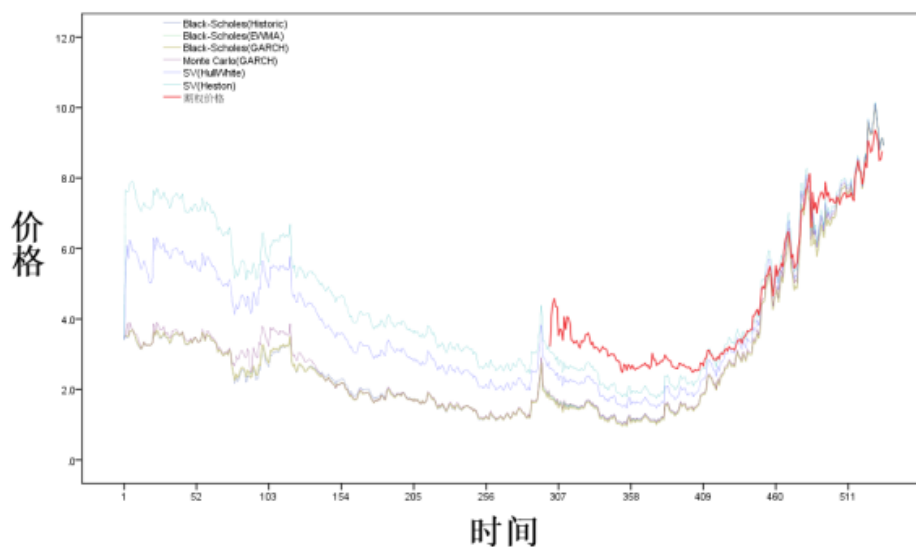


调整收益率	
偏度	-.086
偏度的标准误	.070
峰度	1.540
峰度的标准误	.140

随机波动率模型的基本假设是对 B-S 公式假设的改进，从国电权证中可以看出随机波动率的定价误差确实要小于 B-S 模型。另一方面，随机波动率模型的参数进行了拟合优化，相比于 B-S 公式的估计波动率数据直接带入未进行参数优化这这也是一个优势。

4.2.4.3 长电认购权证

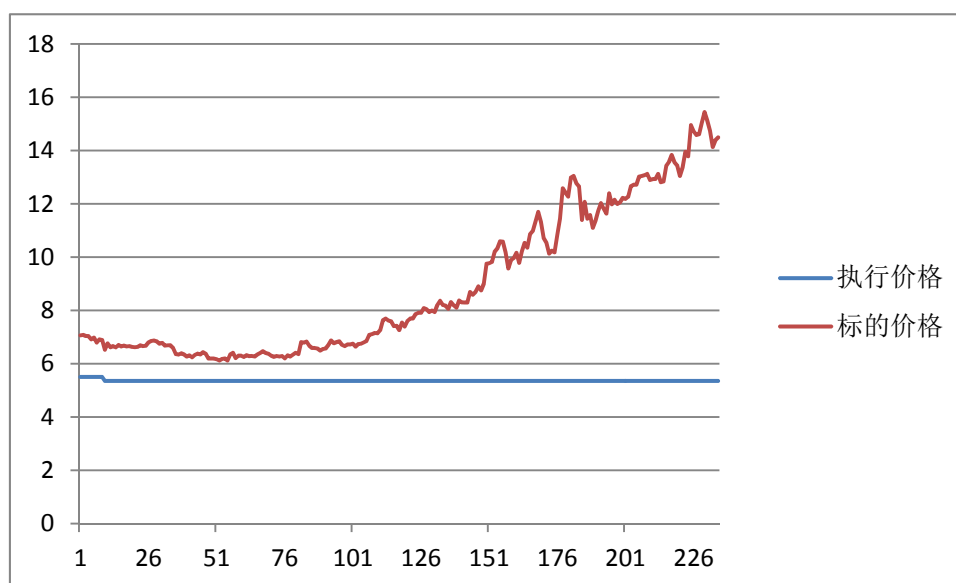
定价对比图：



从上图中可以看出，后面的权证真实价格与下限极为接近，而从定价图中可以看出，六种模型的定价在后半部分与真实价格的相差较小，因此随机波动率模型定价误差明显较 B-S 模型小的部分应该是前面真实价格偏离理论下限的部分，这与国电权证的数据也是相符的。

长电	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
MAE	1.0194	1.0339	1.0392	0.9745	0.6643	0.4969
RPE	-0.2959	-0.3012	-0.3026	-0.2829	-0.1789	-0.1054
ARPE	0.3035	0.3088	0.3102	0.2935	0.1941	0.1377

从定价对比图和下图可以看出，随着标的价格与执行价格比值的增加，减小了模型的定价误差，这应该也是长电权证的定价误差介于国电和伊利之间的原因。



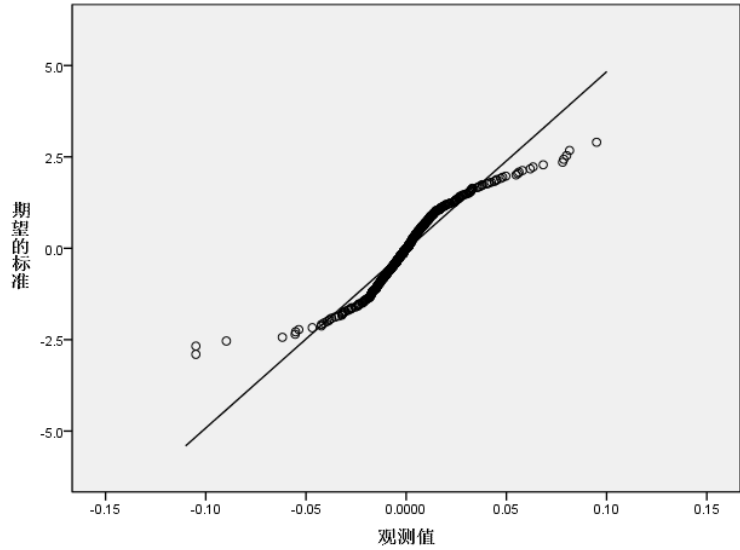
对长电收益率序列、调整收益率序列进行正态检验:

假设检验汇总

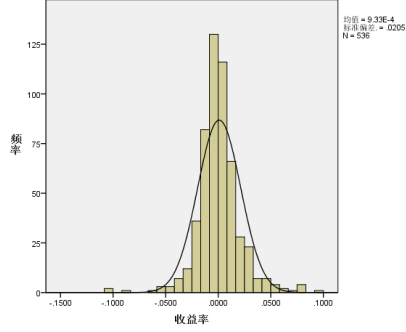
	原假设	测试	Sig.	决策者
1	收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.02。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.000	拒绝原假设。
2	调整收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.02。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.014	拒绝原假设。

显示渐进显著性。显著性水平是 .05。

收益率的标准 Q-Q 图

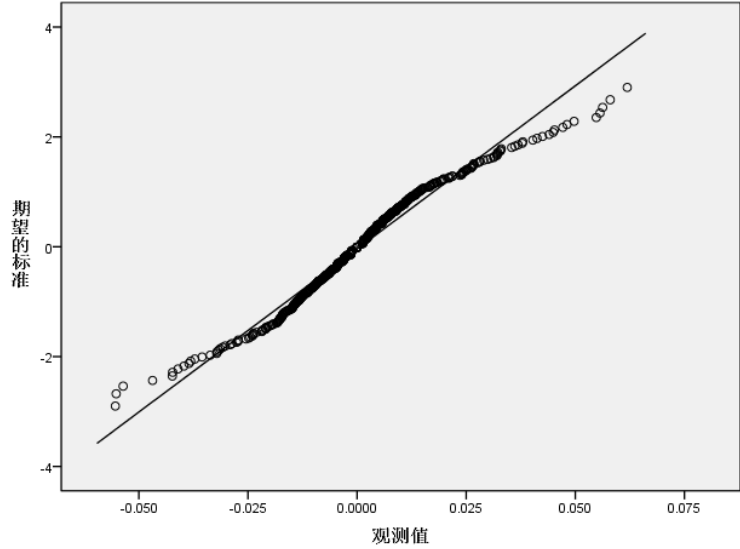


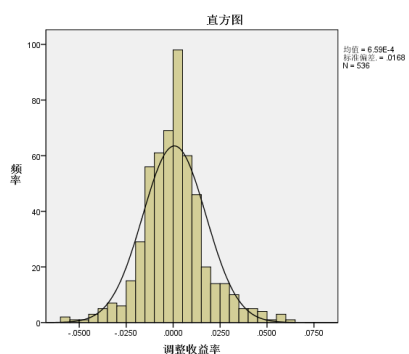
直方图



收益率	
偏度	.140
偏度的标准误	.106
峰度	5.435
峰度的标准误	.211

调整收益率的标准 Q-Q 图



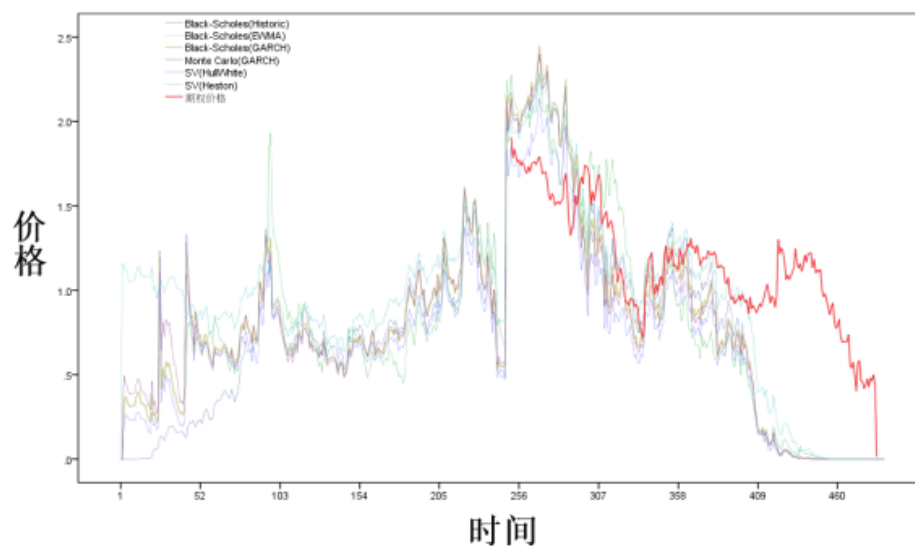


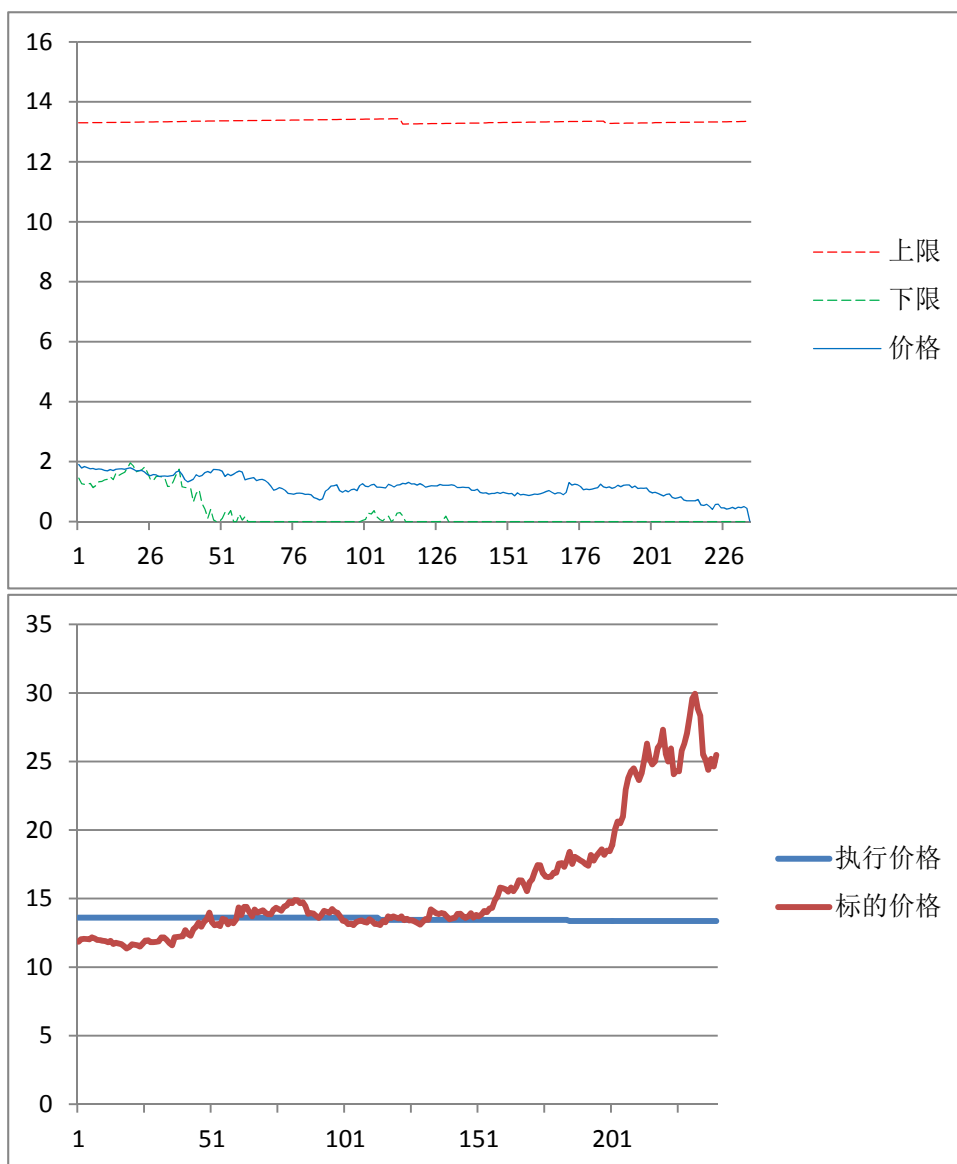
调整收益率	
偏度	.325
偏度的标准误	.106
峰度	1.559
峰度的标准误	.211

从两次正态检验中可以看出，长电认购权证调整后的收益率序列峰度有了显著减小，但是偏度略有增加，虽然调整后的收益率序列的峰度同样调整为 1.5 左右，但是依然未能通过正态检验。

4.2.4.4 沪场认沽权证

定价对比图：





从沪场定价对比图中可以看出，定价拟合度较好的正是前面执行价格和标的价格较为接近的部分，当后面标的价格远高于执行价格后，定价误差开始增大。通过对 B-S 公式的分析我们可以得出对于看跌期权（认沽权证）当标的价格远高于执行价格并且临近到期日时，看跌期权（认沽权证）应该明显的接近于 0，但事实上沪场认沽权证在最后阶段依然保有一定的市场价格，这与模型结论不符，也与理性的认知不符。

沪场	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
MAE	0.4410	0.4814	0.4699	0.4808	0.4825	0.3841
RPE	-.3360	-.3626	-.3685	-.4025	-.4638	-.2797
ARPE	0.4443	0.4852	0.4662	0.4878	0.4985	0.4040

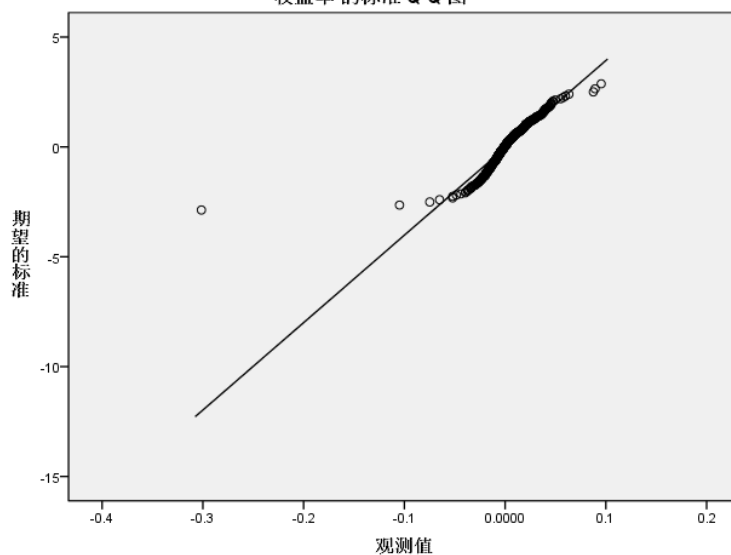
我们对收益率序列、调整收益率序列进行正态检验：

假设检验汇总

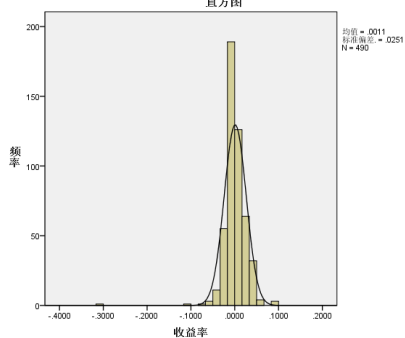
	原假设	测试	Sig.	决策者
1	收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.03。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.000	拒绝原假设。
2	调整收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.02。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.016	拒绝原假设。

显示渐进显著性。显著性水平是 .05。

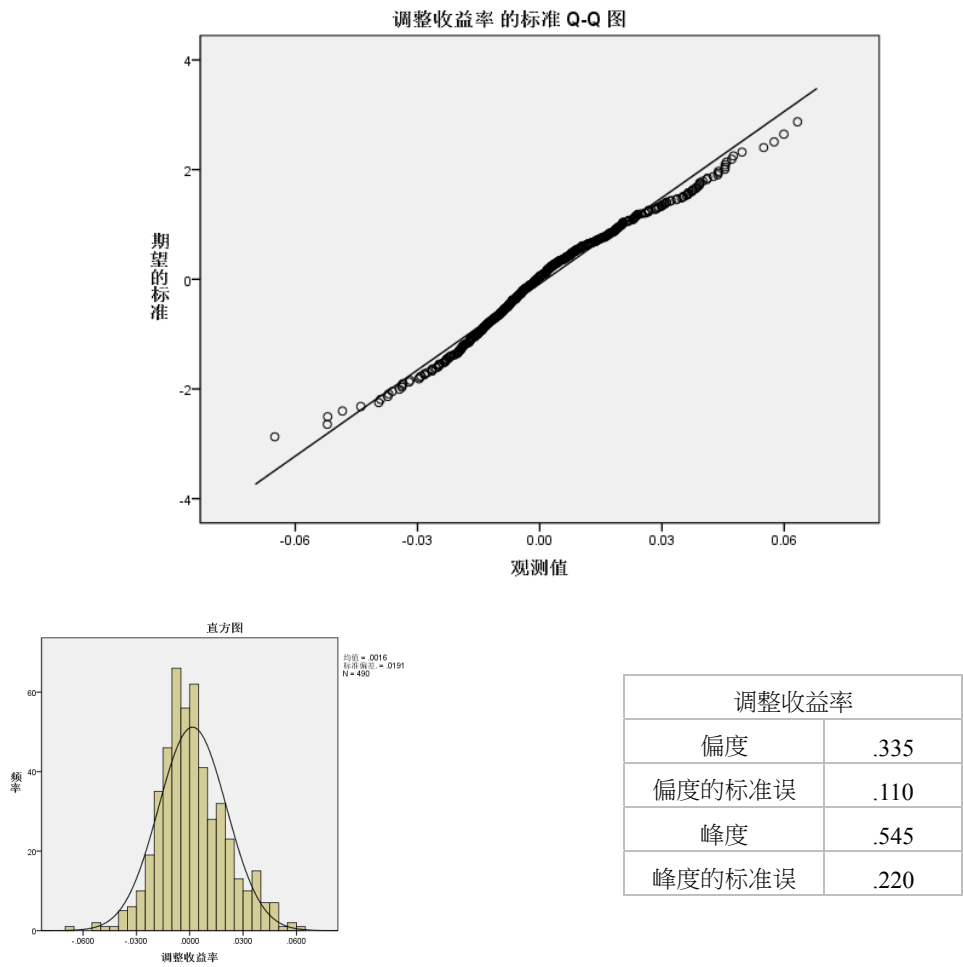
收益率的标准 Q-Q 图



直方图

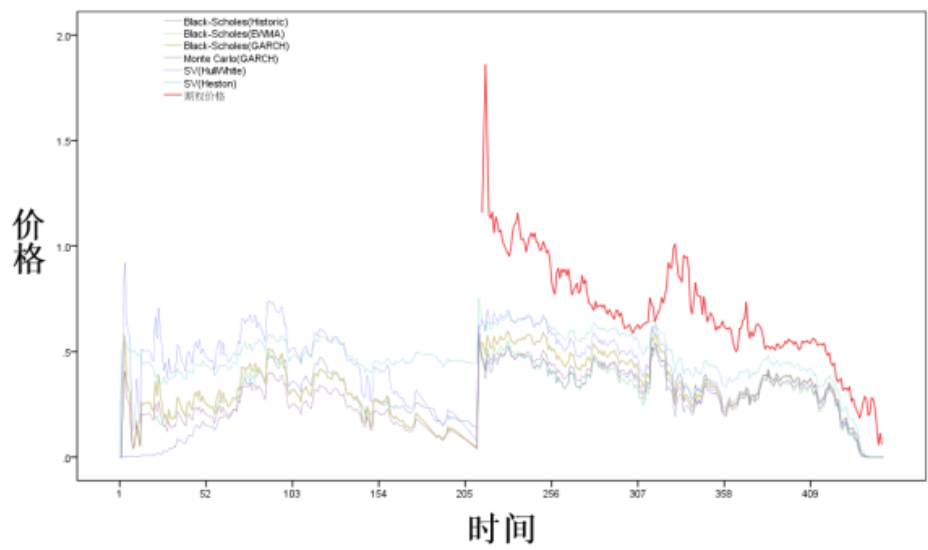


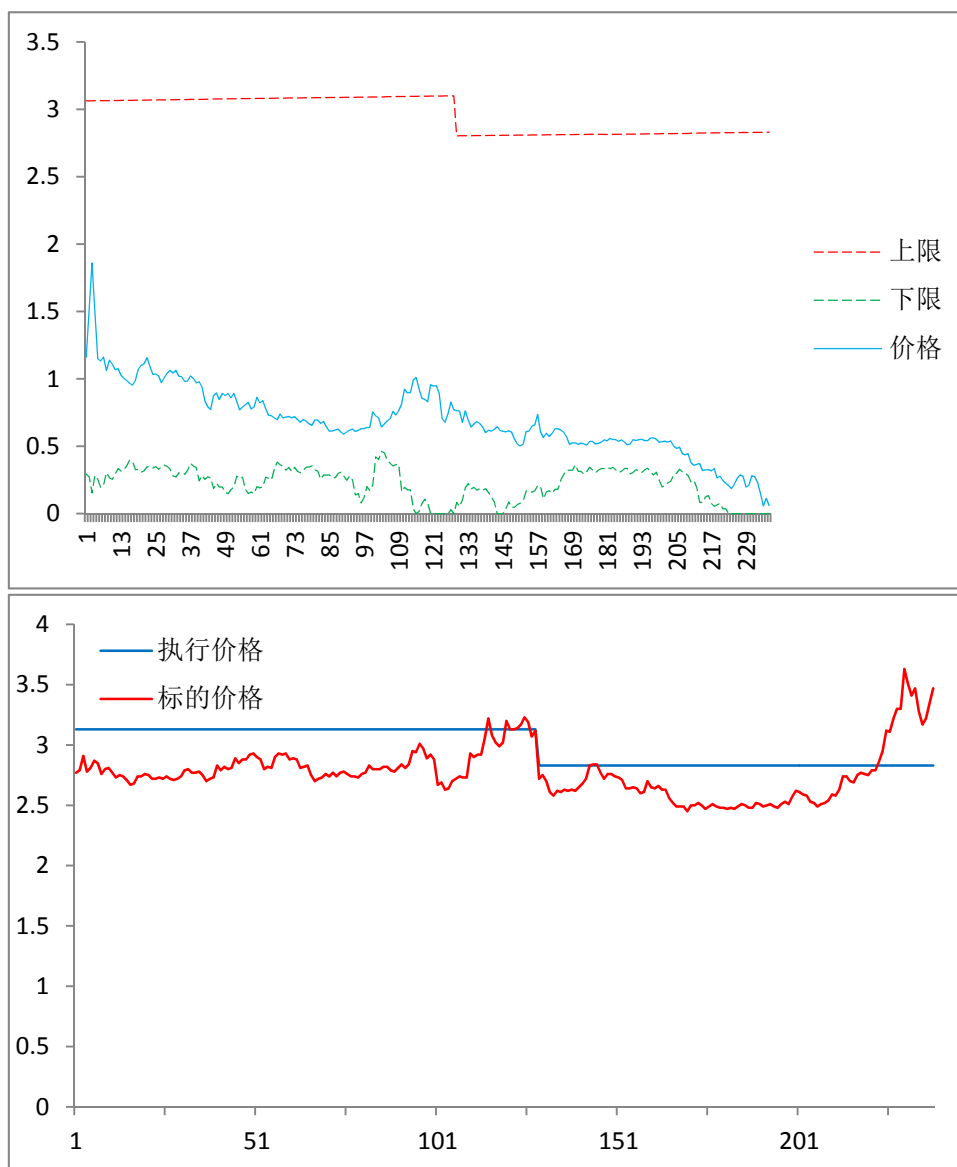
收益率	
偏度	-3.329
偏度的标准误	.110
峰度	43.422
峰度的标准误	.220



4.2.4.5 武钢认沽权证分析

定价对比图:





从定价对比图中可以看出，武钢真实价格远高于定价，而且执行价格和标的价格较为接近甚至标的价格小于执行价格时，从 B-S 公式进行分析：

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1).$$

此时，相比标的价格远高于执行价格的情况， d_1 和 d_2 的值要小，标的价格要小，所以定价较高更接近真实价格,但是与认购权证不同的是，波动率的影响依然很大，所以 B-S 公式的定价误差较大，随机波动率模型的定价误差要比 B-S 公式模型较小。

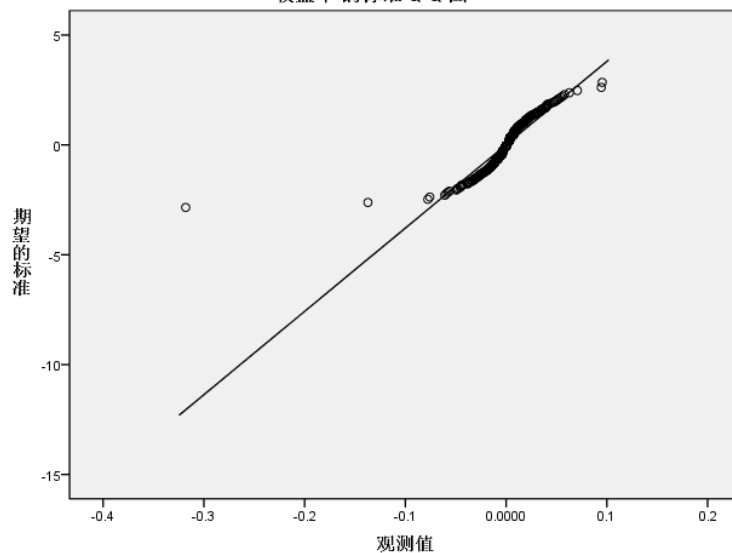
收益率、调整收益率序列的正态检验：

假设检验汇总

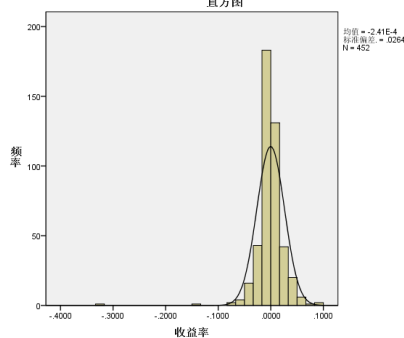
	原假设	测试	Sig.	决策者
1	收益率 的分布为正态分布，平均值为 -0.00，标准差为 0.03。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.000	拒绝原假设。
2	调整收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.02。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.004	拒绝原假设。

显示渐进显著性。显著性水平是 .05。

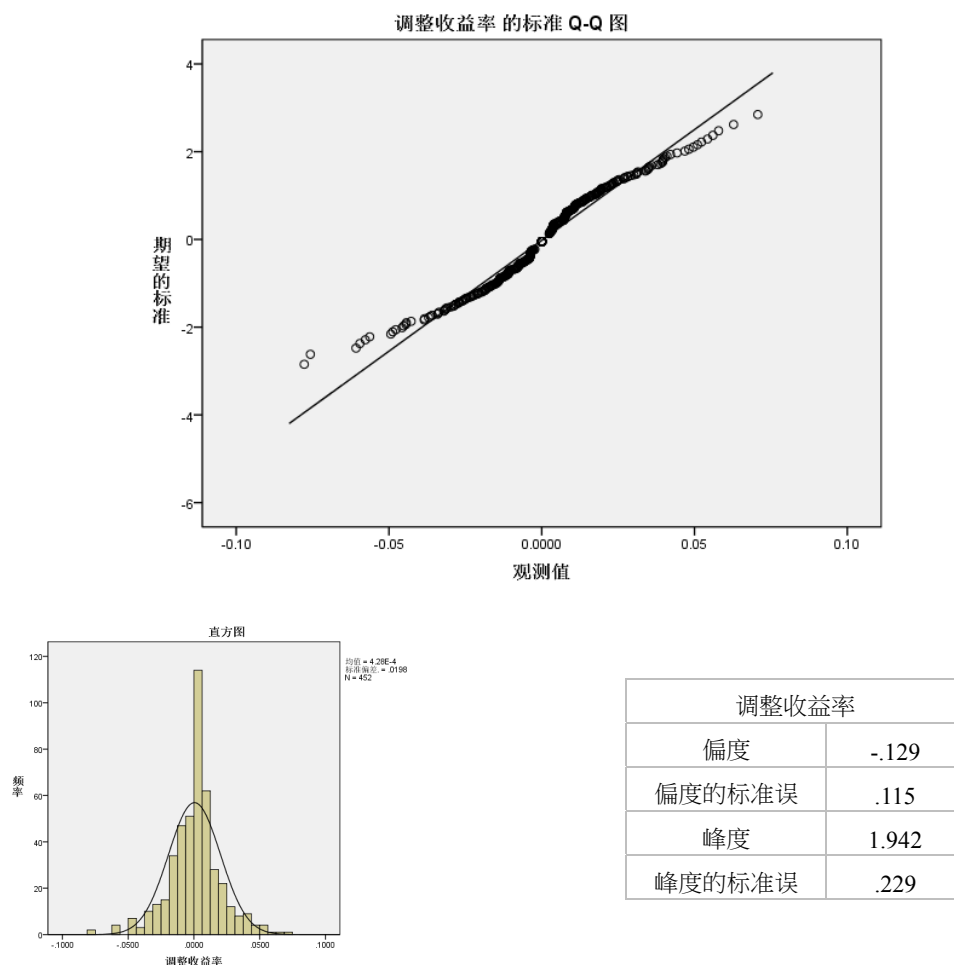
收益率的标准 Q-Q 图



直方图



收益率	
偏度	-4.019
偏度的标准误	.115
峰度	48.408
峰度的标准误	.229



小结:

1. 对于标的价格远高于执行价格的认购权证（看涨期权），定价误差较小的原因是其真实价格贴近理论下线，与模型因素无关，即所有模型对此种期权（权证）定价效果都较好。
2. 收益率序列进行调整后，峰度普遍减小，即分布更接近正态分布，这说明对收益率序列的调整是必要和合理的。
3. SV 模型的定价误差要小于 B-S 模型，一方面可能是 SV 模型的基本假设更适用于非正态分布的收益率序列；另一方面可能是 SV 模型的参数优化使得定价效果更好。
4. 认沽权证真实价格收敛于 0 的速度明显小于模型理论定价，说明中国权证市场的不完备性。

4.2.5 权证定价套利累计净利分析

4.2.5.1 套利策略

期权套利是利用期权的不合理定价或出现的波动率错误估计来谋取低风险利润的一种交易方式。期权套利交易主要遵循两条原则：

1. 买入价值低估的期权，卖出价值高估的期权
2. 必须对冲期权空头的风险头寸

本次报告中的套利盈利分析，只是初步探索套利策略和盈利情况与期权定价的关系，为使用数据挖掘、优化方法等进行程序化交易做铺垫和准备工作，因此在这里我们先只做简单的无套利区间和 Delta 对冲策略，假定中国市场是可以进行卖空交易的，这并不符合中国权证市场，也没有采取止损交易策略等具体实际操作，套利策略有待进一步的研究和分析。

本次报告使用的套利策略，首先要构造无套利区间，对于使用单期权定价模型得出的期权定价，以期权的定价为中心，选择一定比例构造一个区间，即无套利区间，例如比例为 5%，即以期权定价的 1.05 倍为无套利区间上界，以期权定价的 0.95 倍为无套利区间下界。对于多模型的期权定价，则以得到的多个期权定价中的最大值和最小值，按一定比例构造区间，以 5% 为例，即期权定价最大值的 1.05 倍为套利区间上界，期权定价最小值的 0.95 倍为无套利区间下界。对于不同的风险厌恶程度，区间的构造比例不同，风险厌恶程度越高，比例越大。

其次进行建立 Delta 中性的头寸。若实际期权价格无套利区间内，那么我们认为实际期权价格是合理的，不做交易；若期权实际价格低于无套利区间，那么我们判断期权价格会上升，买入期权持仓，同时进行 Delta 对冲，并根据不断调整的 Delta 值进行动态对冲，保持头寸的 Delta 中性；若实际期权价格高于无套利区间，我们认为期权价格会重新回到区间内，即期权价格下降，则卖出期权持仓，同时进行 Delta 对冲策略，通过动态对冲保持头寸的 Delta 中性。当期权真实价格回到无套利区间时，我们进行平仓。

4.2.5.2 套利累计盈利分析

最大涨幅是指今天相比昨天的盈利的最大值，最大跌幅是指今天相比昨天的亏损最大值，套利累计盈利是指套利策略的累计的盈利情况。持仓天数比例是指持仓天数与总交易天数的比。盈利比就是盈利天数与持仓天数之比。回撤是指

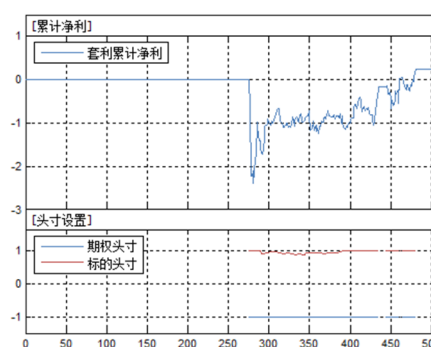
套利累计盈利极大值点（高点）与之后最近的极小值点之差，是负值；最大回撤是指绝对值最大的回撤，最大回撤值越小，即绝对值越大，则风险越高。盈利风险比由以下公式给出：

$$\text{盈利风险比} = \frac{\text{最终盈利}}{(\text{总交易天数}/365) \cdot |\text{最大回撤值}|}$$

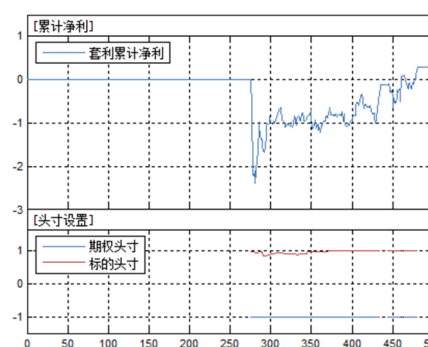
盈利风险比越大则相比风险盈利越好，盈利风险比作为相对数值，能更好的比较不同权证（期权）之间的盈利情况。

先以未开启 SV 模型参数优化的雅戈尔权证定价模拟套利累计净利分析为例比较单独使用一种模型和使用六种模型进行套利的区别，我们首先分别单独使用六种模型进行定价和套利

历史波动率-BS 模型

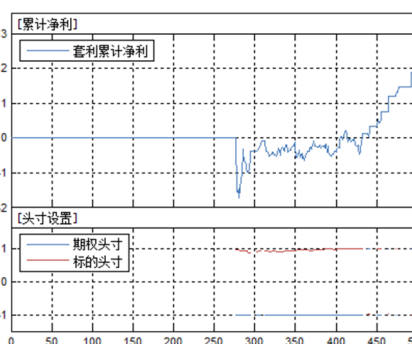
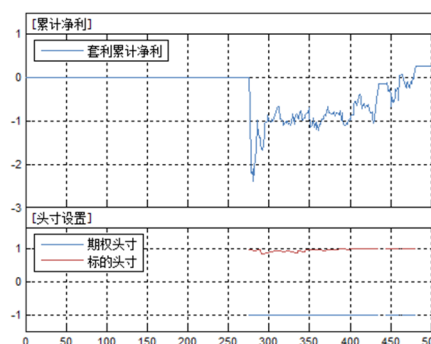


EWMA-BS 模型



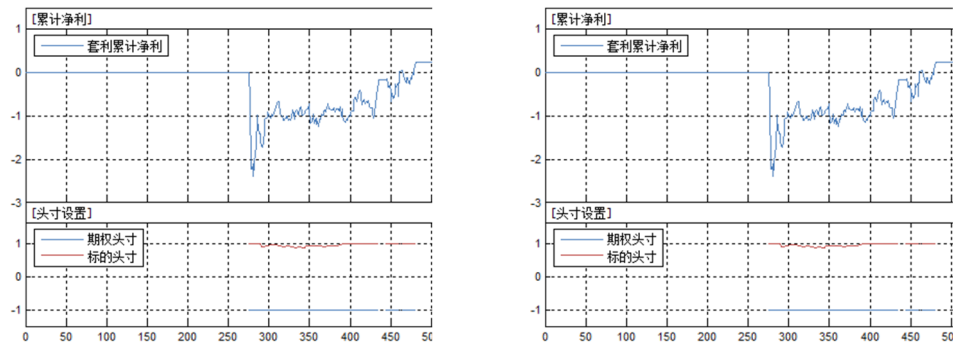
GARCH-MC 模型

GARCH-BS 模型

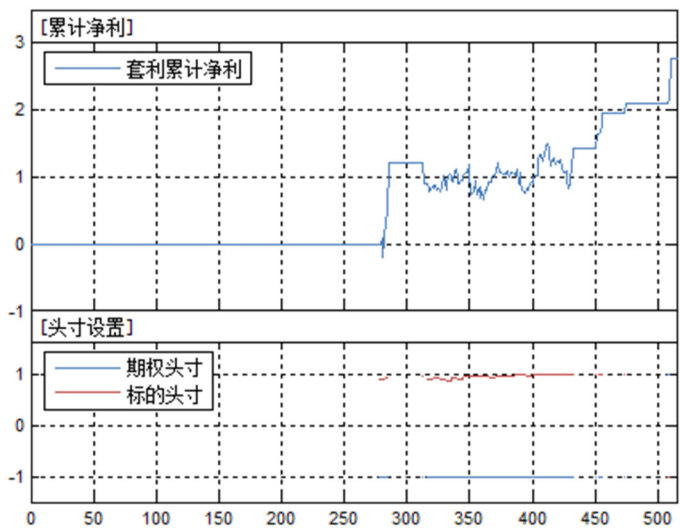


HULL-WHITE 模型

HESTON 模型



六种模型共同应用于套利策略：

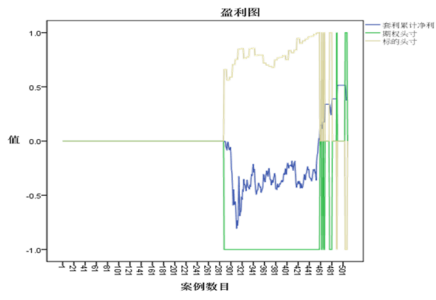


图中前 6 副图为分别使用六种不同期权定价模型对雅戈尔看涨权证进行套利交易所获得的累计套利收益,最后一幅图是共同使用六种模型所获得的套利累计收益,通过比较可以看出,使用 GARCH-MC 模型和共同使用六种模型所获得的累计套利收益最高,两者中,共同使用六种模型的套利表现最好,一直没有亏损.因此,对于雅戈尔看涨权证来说,共同使用六种模型进行套利是最好的选择。

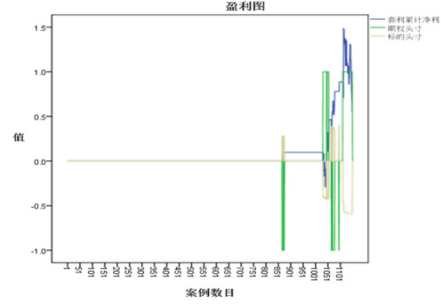
下面我们对开启 SV 模型参数优化对上述十种股票期权共同使用六种模型进行套利累计盈利分析：

包钢

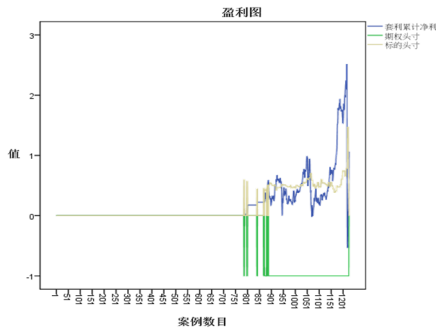
葛洲坝



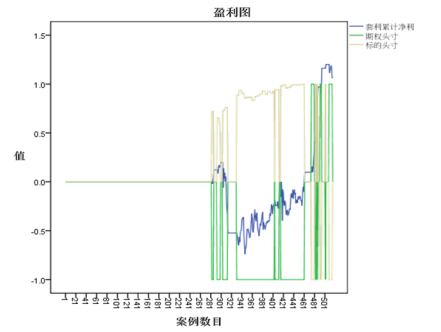
国电



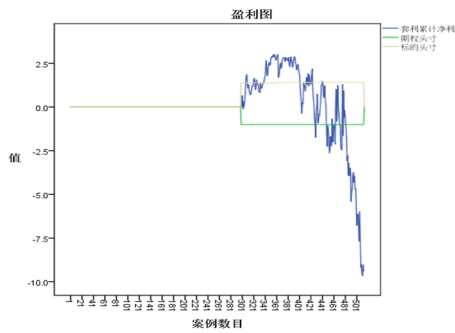
邯钢



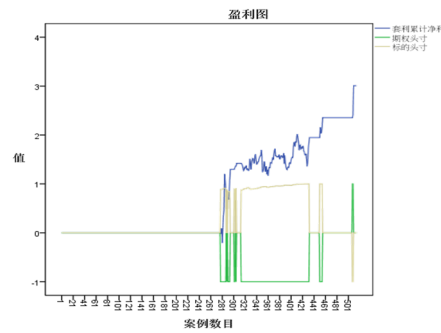
万华



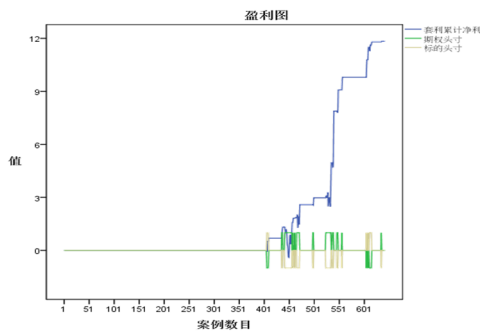
雅戈尔



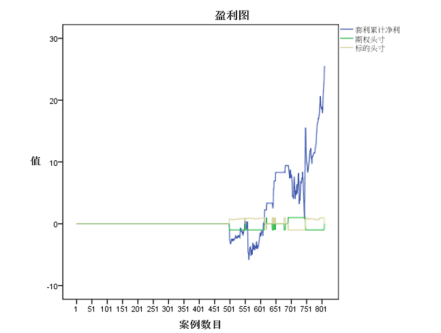
伊利



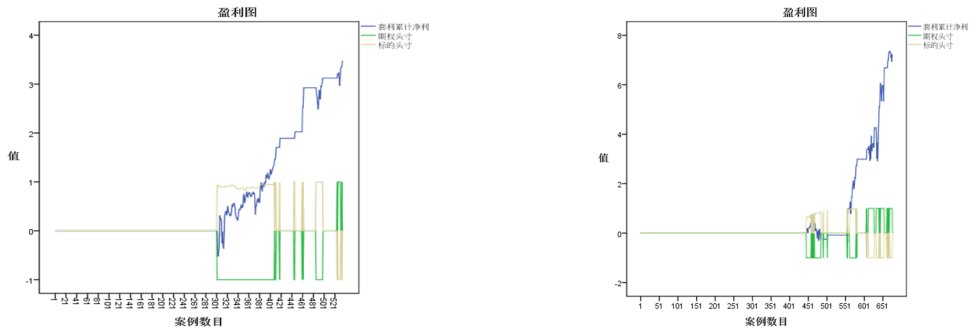
云天化



长电



中化



认购权证套利累计盈利

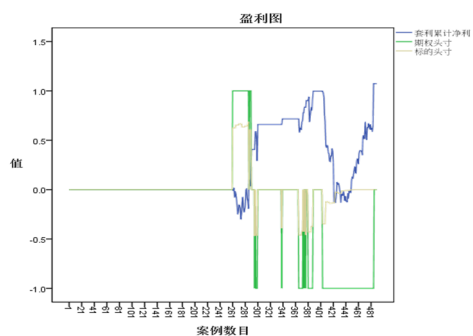
期权种类	最大涨幅	最大跌幅	最终盈利	持仓天数	持仓天数比例	盈利天数	盈利比	最大回撤值	盈利风险比
葛洲坝	0.781	-0.255	0.549	84	0.240	39	0.464	-0.940	0.607
包钢	0.394	-0.209	0.401	184	0.790	95	0.516	-0.808	0.774
国电	0.574	-2.99	1.058	361	0.792	220	0.609	-3.050	0.277
邯钢	0.446	-0.308	1.062	167	0.714	94	0.563	-0.937	1.761
万华	3.752	-2.948	-9.376	214	0.907	106	0.495	-12.69	-1.138
雅戈尔	0.738	-0.352	3.008	144	0.608	81	0.563	-0.660	6.926
伊利	2.993	-0.790	11.834	57	0.242	36	0.632	-1.725	10.565
云天化	5.230	-3.764	25.458	242	0.776	140	0.579	-8.597	3.453
长电	0.643	-0.465	3.473	133	0.566	80	0.602	-0.677	7.931
中化	0.973	-0.745	7.224	104	0.448	61	0.587	-1.355	8.352

从上表及各期权套利累计盈利图可以看出，除了万华期权定价模拟套利累计盈利为负值以外，其他各股票期权的盈利都为正值，最大跌幅只有万华、国电和云天化超过或接近于 3，而除了葛洲坝和万华其他盈利比都在 0.5 以上，大部分期权的盈利比接近 0.6。

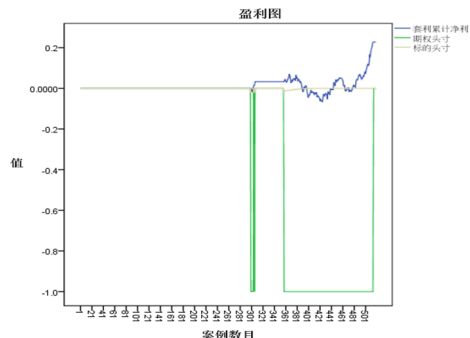
万华的最大回撤值最小为-12.69，而且盈利风险比为负的；十只认购权证中，有 6 只大于 1，最高的为伊利的 10.565,虽然云天化的最终盈利最高，但是它的盈

利风险比只有 3.453 处于十只权证的中流水平，这说明它的高收益带来相对高的风险。

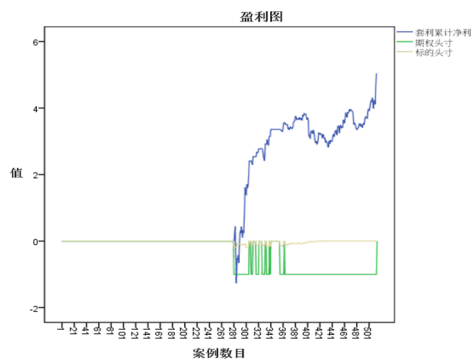
沪场认沽权证盈利图



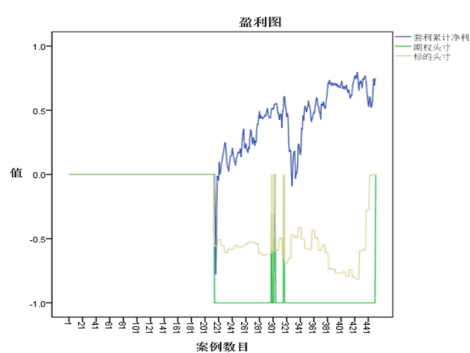
茅台认沽权证盈利图



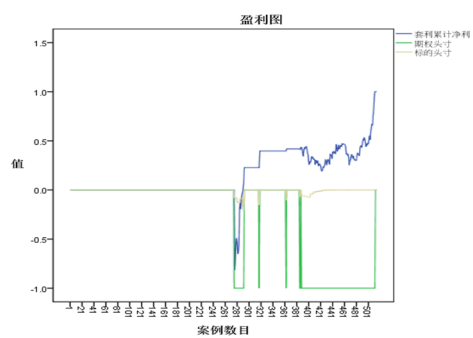
万华认沽权证盈利图



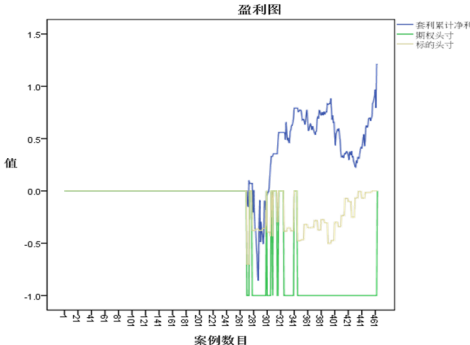
武钢认沽权证盈利图



雅戈尔认沽权证盈利图



原水认沽权证盈利图



认沽权证套利盈利分析

期权种类	最大涨幅	最大下降	最终盈利	持仓天数	盈利天数	盈利比	最大回撤值	风险收益比
沪场	0.427	-0.372	1.335	151	79	0.523	-1.131	-1.13
茅台	0.045	-0.024	0.183	158	80	0.506	-0.137	2.533
万华	0.820	-1.773	5.028	197	96	0.487	-1.708	3.892
武钢	0.434	-0.416	0.744	287	148	0.515	-0.778	1.468
雅戈尔	1.000	-0.813	1.000	142	71	0.5	-0.813	1.870

原水	0.539	-0.400	1.21	211	114	0.540	-0.957	2.366
----	-------	--------	------	-----	-----	-------	--------	-------

六支认沽权证都实现了最终盈利，最终盈利都大于零，其中万华的最终盈利显著大于其他五支认沽权证，同时其风险收益比也明显高于其他权证。沪场、雅戈尔、原水权证的最终盈利情况也比较好，风险收益比基本和其他权证的风险收益比持平。从六支认沽权证的套利盈利情况来看，模型策略实现了预期套利功能。

4.3 恒生股指期货实证分析

恒生指数是香港股票市场变化的指标，亦是亚洲地区广受瞩目的指数。同时，它已广泛被使用作为衡量基金表现的标准。香港期货交易所早于一九八六年五月推出恒生指数期货合约。随着恒生指数期货的成功，于一九九三年三月亦推出恒生指数期权合约。而为吸纳场外交易，具灵活性行使价及合约月份的自订条款指数期权合约于 2010 年 2 月 8 日推出。

项目	标准期权	自订条款指数期权
相关指数	恒生指数	
HKATS 代码	HSI	XHS
合约乘数	每指数点港币\$50	
最低价格波幅	一个指数点	
合约月份	短期期权： 一现月，下两个月及之后的三个季月 长期期权： 一之后五个六月及十二月合约月份	任何历月但不可超越现有最长可供买卖的期权合约月份
行使方式	欧式	
期权金	以完整指数点报价	
交易时间	上午 9:15 - 中午 12:00 及下午 1:00 - 下午 4:15 (到期合约月份在合约到期日收市时间为下午 4 时正) 自订条款指数期权合约于收市前 30 分钟内不接纳该合约的有关建立要求	
合约到期日	该月最后第二个营业日	
最后结算价	在到期日当天下列时间所报指数点的平均数为依归，下调至最接近的整数指数点：(i) 联交所持续交易时段开始后的五(5)分钟起直至持续交易时段完结前的五(5)分钟止期间每隔五(5)分钟所报的指数点，与(ii) 联交所收市时。	

我们选择了交易量大、数据持续时间较长的 9 支恒生股指期货进行实证分析，其中包括 1402C22800、1403C24000、1406C23000 和 1412C26000 四只看涨期权和 1402P22400、1403P22000、1406P15800、1409P26000 和 1412P18200 五只看

跌期。其中 1402C22800 是指恒生股指期货以 14 年 2 月为到期月，执行价格为 22800 的看涨期权；1403P22000 是指恒生股指期货以 14 年 3 月为到期月，执行价格为 22000 的看跌期权。

数据说明：恒生股指数据持续时间是从 2012 年 1 月 1 日到 2014 年 2 月 21 日，期权价格数据持续时间各期权不同，定价截止日期都是 2014 年 2 月 21 日。

期权代码	标的起始时间	期权数据起始时间	定价截止时间	总交易天数
1402C22800	2012/1/1	2013/12/3	2014/2/21	56
1403C24000	2012/1/2	2013/6/13	2014/2/22	177
1406C23000	2012/1/3	2013/2/7	2014/2/23	261
1412C26000	2012/1/4	2013/1/6	2014/2/24	277
1402P22400	2012/1/5	2013/12/3	2014/2/25	56
1403P22000	2012/1/6	2013/4/2	2014/2/26	226
1406P15800	2012/1/7	2013/2/7	2014/2/27	261
1409P26000	2012/1/8	2013/11/20	2014/2/28	65
1412P18200	2012/1/9	2013/2/7	2014/3/1	261

收益率、调整收益率序列正态检验：

假设检验汇总

	原假设	测试	Sig.	决策者
1	收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.01。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.040	拒绝原假设。
2	调整收益率 的分布为正态分布，平均值为 0.00，标准差为 0.01。	单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验	.061	保留原假设。

显示渐进显著性。显著性水平是 .05。

调整后的收益率序列通过了正态检验，也就是说我们在期权定价中使用的数据是符合 B-S 公式的基本假设的，那么 SV 模型对 B-S 公式的基本假设的改进应该说是作用不大的。

4.3.1 定价误差分析

第一组：

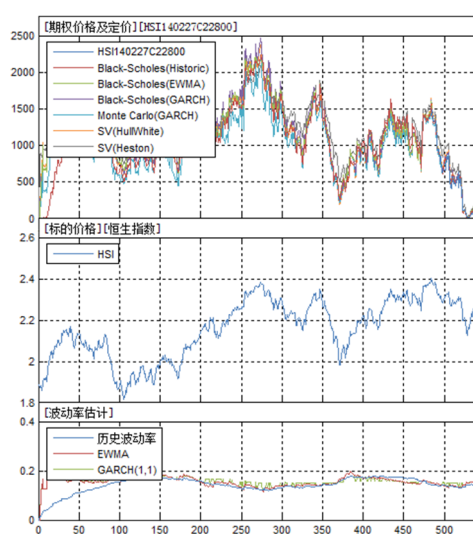
期货：恒生股指

到期日：2014 年 2 月 27 号

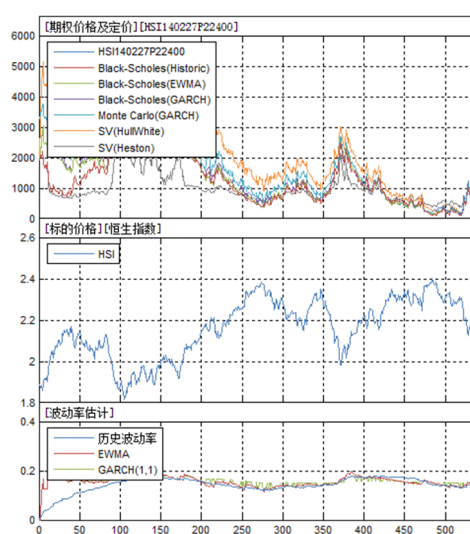
期权类型：看涨期权、看跌期权

执行价格：看涨期权为 22800、看跌期权为 22400

140227C22800 定价对比图



140227P22400 定价对比图



第二组：

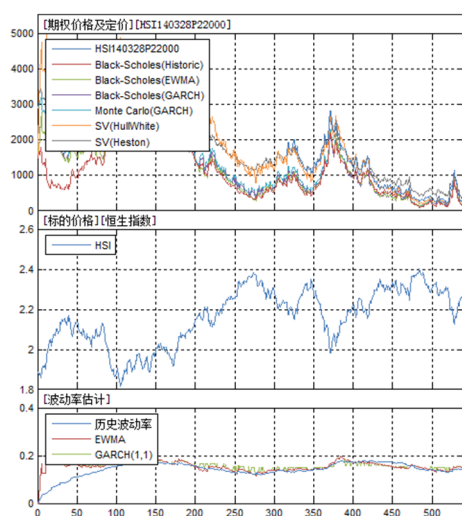
期货：恒生股指

到期日：2014 年 3 月 28 号

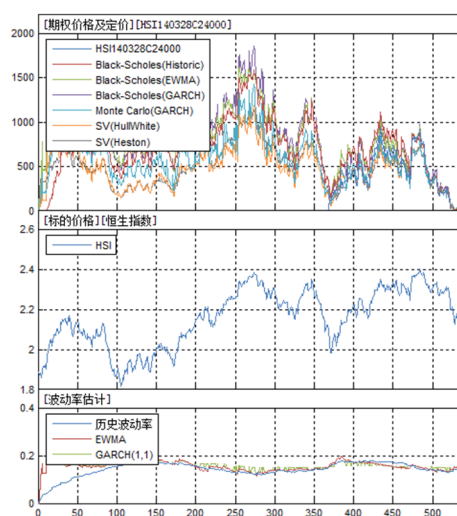
期权类型：看涨期权、看跌期权

执行价格：看涨期权为 24000、看跌期权为 22000

1403C24000 定价对比图



1403P22000 定价对比图



第三组:

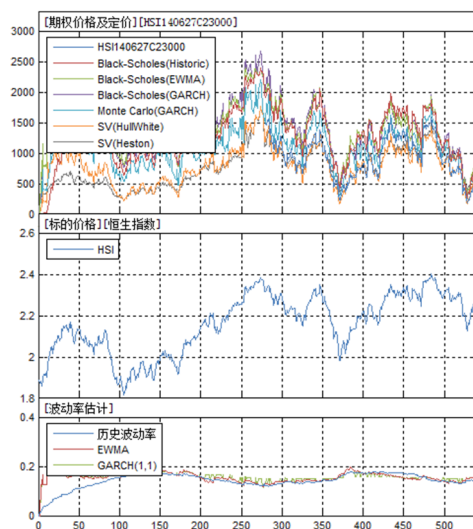
期货: 恒生股指

到期日: 2014 年 6 月 27 号

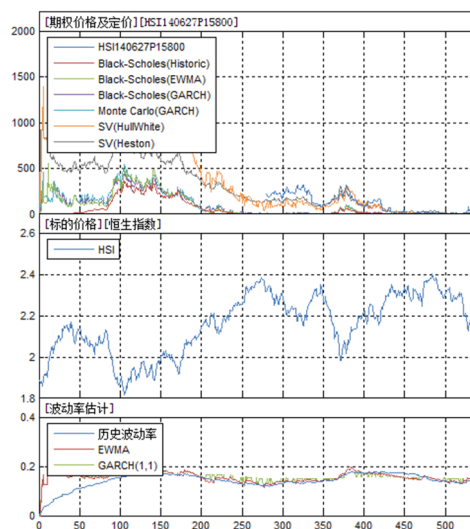
期权类型: 看涨期权、看跌期权

执行价格: 看涨期权为 23000、看跌期权为 15800

1406C23000 定价对比图



1406P15800 定价对比图



第四组：

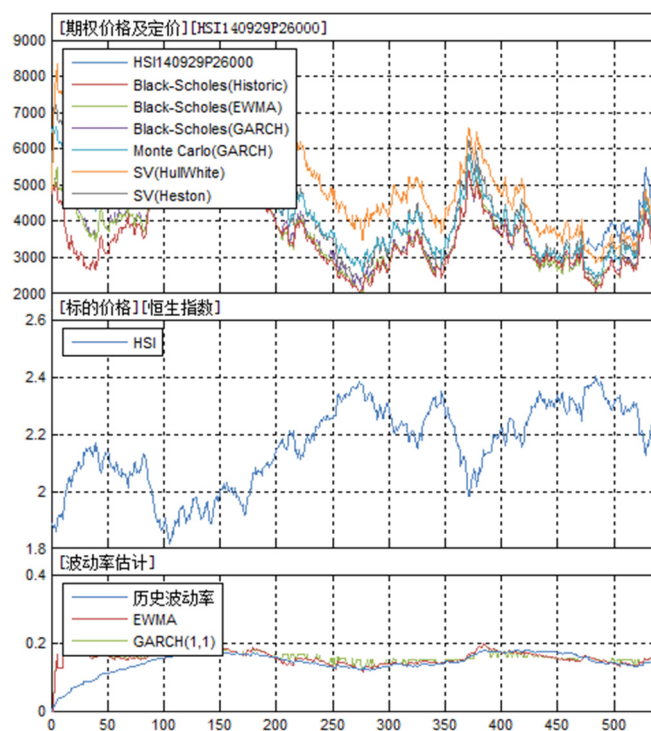
期货：恒生股指

到期日：2014 年 9 月 29 号

期权类型：看跌期权

执行价格： 26000

1409P26000 定价对比图



第五组：

期货：恒生股指

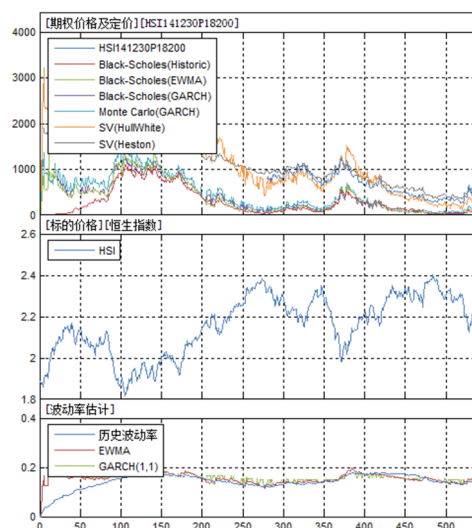
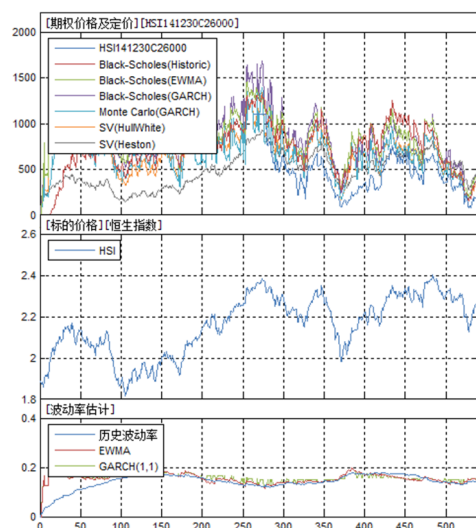
到期日：2014 年 12 月 30 号

期权类型：看涨期权、看跌期权

执行价格：看涨期权为 23000、看跌期权为 15800

1412C23000 定价对比图

1412P15800 定价对比图



看涨期权定价误差表

MAE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402C22800	29.1742	28.9140	39.8715	40.1627	47.6014	125.2548
1403C24000	127.5542	107.5409	102.4456	63.8301	69.3251	68.1802
1406C23000	392.3755	400.7377	414.2228	186.7064	97.3547	113.6929
1412C26000	317.5190	324.7424	348.3680	196.0902	198.3089	157.1184
MAE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402C22800	34.33576	34.79851	40.24939	30.93522	45.48571	84.03852
1403C24000	98.60115	97.67296	90.56502	49.17071	52.16837	61.54829
1406C23000	135.29731	147.99311	164.57734	110.28975	73.63684	77.24491
1412C26000	133.78016	130.45379	137.49179	108.13777	97.74293	67.30815

RPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402C22800	.0179	.0933	.1213	.0460	.0844	.3754
1403C24000	141.8540	142.8591	146.1053	86.2493	74.8845	105.9170
1406C23000	.4621	.4868	.4956	.2391	-.0725	.0522
1412C26000	.8574	.9188	.9488	.5471	.5479	.4889
RPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402C22800	.22218	.25817	.26546	.29634	.27218	.38528
1403C24000	852.4600	857.91031	877.41152	520.26635	453.0249	635.7661
1406C23000	.17643	.21710	.20608	.16112	.09988	.22988
1412C26000	.54043	.64956	.60512	.51462	.44775	.48921

ARPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402C22800	.1374	.1585	.1831	.1880	.1923	.4105

1403C24000	141.8846	142.8674	146.1125	86.4314	75.1325	106.1038
1406C23000	.4621	.4868	.4956	.2394	.1045	.1543
1412C26000	.8580	.9188	.9488	.5636	.5565	.5136
ARPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402C22800	.17453	.22347	.22658	.23237	.20901	.34695
1403C24000	852.4548	857.90892	877.41031	520.23595	452.9836	635.7348
1406C23000	.17643	.21710	.20608	.16068	.06557	.17801
1412C26000	.53952	.64956	.60512	.49644	.43700	.46309

通过定价误差的对比，我们发现：

1402C22800 的期权定价结果中，除了 Heston 模型，其他模型的定价误差相差不大，无论是 MAE 还是 ARPE 都保持在较小的水平。B-S 模型的表现要优于 SV 模型。

1403C24000 的 ARPE 的误差普遍都异常的高，最低的 Hull-White 模型也有 75.13，这说明定价的相对误差很大，然而 MAE 绝对误差相对于其他期权却没有太大异常，数量级是正常的大小。这说明该期权的实际价格异常的的低，从定价对比图中也可以看出，最后期权的价格已经十分接近 0 线，通过查看统计报表，我们可以发现事实也确实如此。

1406C23000 和 1412C26000 的定价结果中，SV 模型的拟合程度最好，其次就是蒙特卡洛模拟，其中 1406C23000 的 Hull-White 模型定价的 ARPE 只有 0.1045，标准差也只有 0.06557，即定价的稳定性最好。1406C23000 的定价效果要普遍优于 1412C26000 的。

综合来看，Hull-White 模型的定价拟合度相对于其他模型是最好的，Monte Carlo(GARCH)定价模型则一直处于中等水平，4 只期权中有 3 只 SV 模型和蒙特卡洛模拟模型定价拟合度要好于 B-S 模型。

看跌期权定价误差表

MAE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402P22400	80.9397	72.6031	60.8503	43.8900	33.6702	166.9922
1403P22000	359.7293	357.3457	353.1244	314.7713	93.2431	128.1011
1406P15800	102.0057	100.4929	100.7346	98.3106	47.8743	33.2711
1409P26000	1035.1214	1008.8520	986.0118	688.2043	353.7991	625.6278
1412P18200	503.5939	498.2973	496.1854	451.0291	112.2350	95.8737
MAE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402P22400	44.05190	38.04526	44.06936	36.29298	25.17794	63.39248
1403P22000	258.1331	233.27376	225.2370	186.9517	64.93660	69.16732

1406P15800	90.85301	88.86156	88.45101	87.84075	48.80933	32.67288
1409P26000	101.7704	101.45340	111.2519	111.1487	113.1224	171.2095
1412P18200	201.6812	190.17728	184.8515	174.4997	89.5260	35.93376

RPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402P22400	-.2364	-.2052	-.1579	-.1028	.0559	.6430
1403P22000	-.3591	-.3659	-.3539	-.3218	-.0891	.2020
1406P15800	-.9170	-.9324	-.9341	-.8828	-.3042	.2800
1409P26000	-.2697	-.2627	-.2566	-.1792	-.0907	-.1660
1412P18200	-.7885	-.7873	-.7824	-.7088	-.0982	.1717
RPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402P22400	.14143	.14483	.15422	.13844	.12906	.42335
1403P22000	.13524	.11362	.10323	.09343	.10721	.25059
1406P15800	.10236	.08461	.07543	.14217	.55488	1.21313
1409P26000	.04207	.04004	.04059	.03597	.02567	.06033
1412P18200	.12526	.12824	.11319	.11079	.20777	.10228

ARPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402P22400	.2414	.2222	.1780	.1311	.1083	.6537
1403P22000	.3591	.3659	.3539	.3218	.1118	.2308
1406P15800	.9170	.9324	.9341	.8828	.5490	.6971
1409P26000	.2697	.2627	.2566	.1792	.0907	.1660
1412P18200	.7885	.7873	.7824	.7088	.1902	.1754
ARPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
1402P22400	.13256	.11646	.13002	.11150	.08890	.40642
1403P22000	.13524	.11362	.10323	.09343	.08308	.22427
1406P15800	.10236	.08461	.07543	.14217	.31336	1.03084
1409P26000	.04207	.04004	.04059	.03597	.02567	.06033
1412P18200	.12526	.12824	.11319	.11079	.12862	.09578

通过定价误差的对比，我们发现：

1402P15800 的期权定价结果中，Heston 模型定价效果明显差于其他模型，而 Hull-White 模型是 MAE 还是 ARPE 都保持在较小的水平，ARPE 标准差也只有 0.89，也就是说 Hull-White 模型的定价拟合度是最好的。

1403P22000 和 1409P26000 的定价结果中，SV 模型的拟合程度最好，其次就是蒙特卡洛模拟，其中 Hull-White 模型定价的 ARPE 都只有 0.1 左右，是六个模型中表现最好的。

1406P15800 和 1412P18200 的定价结果中,SV 模型的拟合度要明显好于 B-S 模型, 1412P18200 的定价中这种现象尤为明显, 而蒙特卡洛模拟在这两种期权中的表现相差极大。

综合来看, Hull-White 模型的定价拟合度相对于其他模型是最好的, 5 只期权中有 4 只期权中 Hull-White 模型的 ARPE 在 0.1 左右, 有 4 只 SV 模型和蒙特卡洛模拟模型定价拟合度要好于 B-S 模型。

通过调整收益率序列的正态检验可以看出, 对于恒生指数期权, SV 模型相对于 B-S 模型的基本假设的合理性优势是不存在的, 也就是说 SV 模型定价误差较小的原因主要原因并不是模型的基本假设的合理, 而是我们对 SV 模型进行的参数优化。

4.3.2 套利盈利分析

第一组:

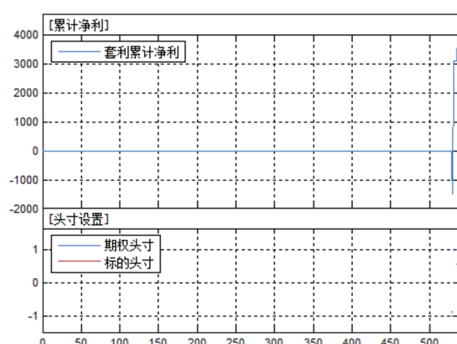
期货: 恒生股指

到期日: 2014 年 2 月 27 号

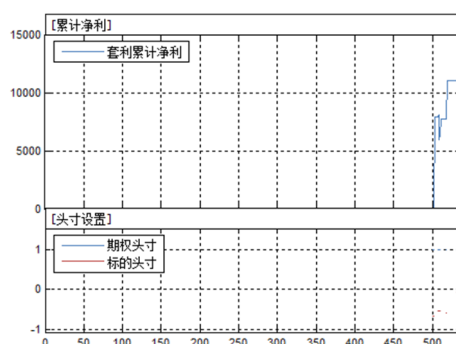
期权类型: 看涨期权、看跌期权

执行价格: 看涨期权为 22800、看跌期权为 22400

140227C22800 盈利图



140227P22400 盈利图



第二组:

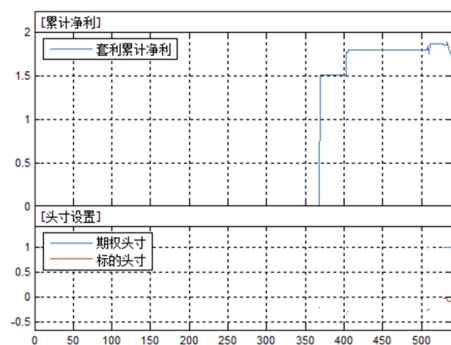
期货: 恒生股指

到期日: 2014 年 3 月 28 号

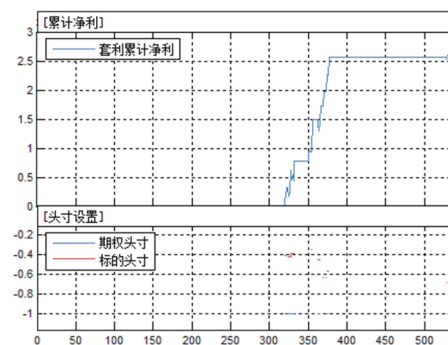
期权类型: 看涨期权、看跌期权

执行价格：看涨期权为 24000、看跌期权为 22000

1403C24000 盈利图



1403P22000 盈利图



第三组：

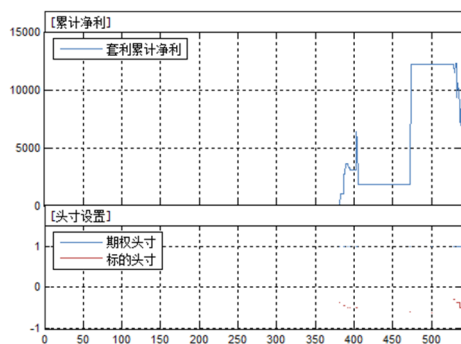
期货：恒生股指

到期日：2014 年 6 月 27 号

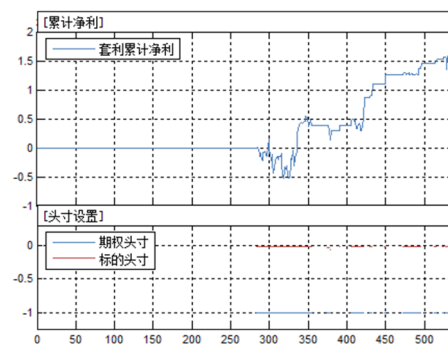
期权类型：看涨期权、看跌期权

执行价格：看涨期权为 23000、看跌期权为 15800

1406C23000 盈利图



1406P15800 盈利图



第四组：

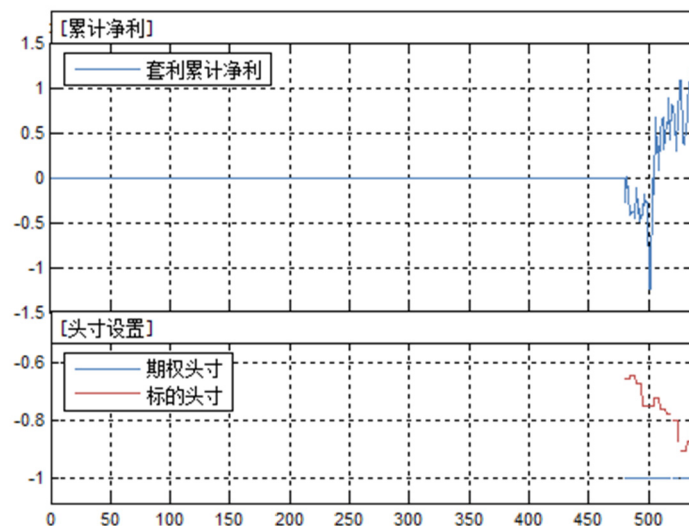
期货：恒生股指

到期日：2014 年 9 月 29 号

期权类型：看跌期权

执行价格： 26000

1409P26000 盈利图



第五组：

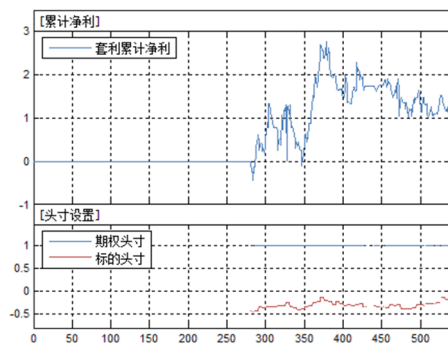
期货：恒生股指

到期日：2014 年 12 月 30 号

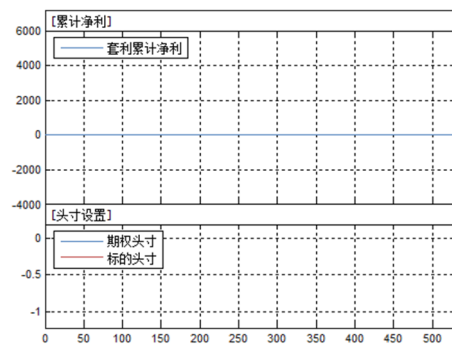
期权类型：看涨期权、看跌期权

执行价格：看涨期权为 23000、看跌期权为 15800

1412C23000 盈利图



1412C23000 盈利图



期权种类	最大涨幅	最大跌幅	最终盈利	持仓天数	持仓天数比例	盈利天数	盈利比	最大回撤	盈利风险比
1402C22800	7866.74	-2082.9	10171.9	15	0.2678	9	0.6	-2223.4	29.8187
1403C24000	15085.9	-892.0	17087.6	17	0.0960	9	0.529	-1777.8	19.8207
1406C23000	10369.8	-3746.4	8191.06	19	0.0728	8	0.421	-5369.1	2.1335

1412C26000	12063.7	-12834.	9682.41	227	0.8195	114	0.502	-18456	0.6913
1402P22400	4538.41	-905.7	3998.61	4	0.0714	2	0.5	-1466.1	17.7766
1403P22000	5529.65	-1550.6	25905.0	23	0.102	15	0.652	-1984.9	21.0782
1406P15800	3484.98	-2664.9	16951.7	135	0.517	80	0.593	-6772.2	3.5005
1409P26000	11963.4	-9704.4	12557.5	56	0.8615	28	0.5	-12419	5.6781
1412P18200	5834.4	-2742.7	5196.6	5	0.0192	3	0.6	-2742.7	2.6497

9 只期权最终盈利都为正值，说明 9 只期权都是盈利的，其中盈利 20000 以上的有一只，1403P22000，高于 10000 的有 5 只，高于 5000 的 8 只。

持仓天数普遍不高，超过 100 次的只有两只 1412C26000 和 1406P15800，持仓天数最少的 1402P22400 和 1412P18200 只有 4 天和 5 天。

盈利比中只有 1406C23000 低于 0.5。但 1402P22400 和 1412P18200 交易次数太少，参考意义不大。1412C26000 和 1406P15800 两只交易次数最多期权的最大涨幅和最大跌幅较为接近，最大跌幅接近甚至超过 10000。

相比于权证，恒生指数的盈利风险比普遍偏高，但持仓天数最多的的只有不到 0.7，与定价误差并非成正相关性。

4.4 白糖合约仿真数据定价分析

我们对 SR403C5000、SR405C4600、SR405C4800、SR405C5000、SR407C4600 五只看涨期权和 SR403P5000、SR405P4600、SR405P5200、SR407P4600、SR407P5100 五只看跌期权进行了定价模拟。SR403C5000 是指白糖期货以 14 年 3 月第二个星期五为到期日，执行价格为 5000 的看涨期权；SR403P5000 是指白糖期货以 14 年 3 月第二个星期五为到期日，执行价格为 5000 的看跌期权。

4.4.1 看涨期权定价误差分析

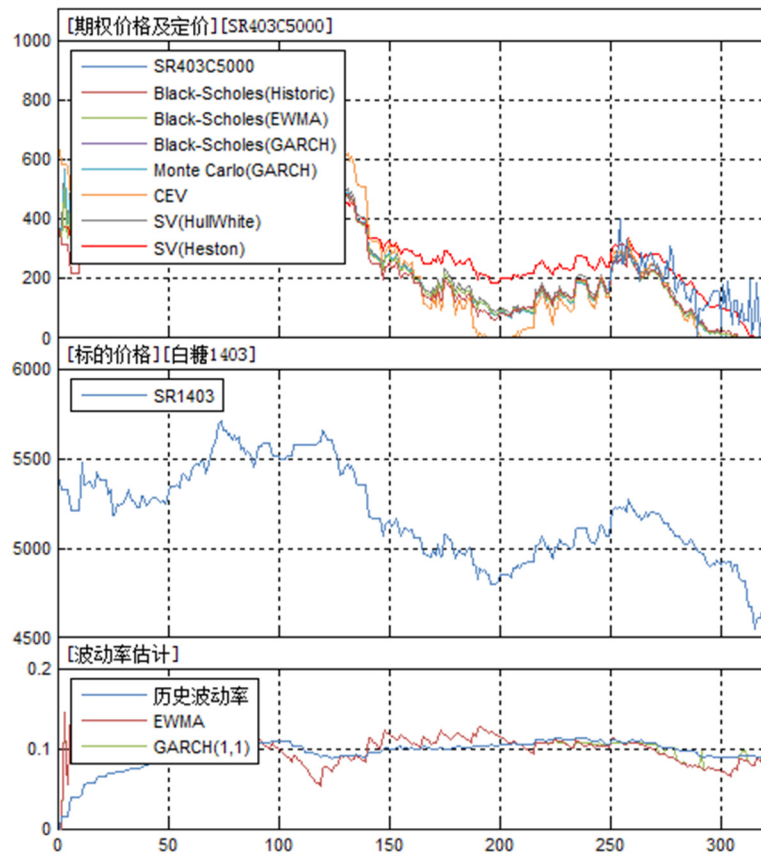
第一组：

期货：白糖

到期日：2014 年 3 月第二个星期五

期权类型：看涨期权

执行价格：5000



第二组：

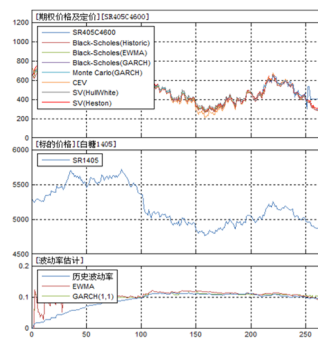
期货：白糖

到期日：2014 年 5 月第二个星期五

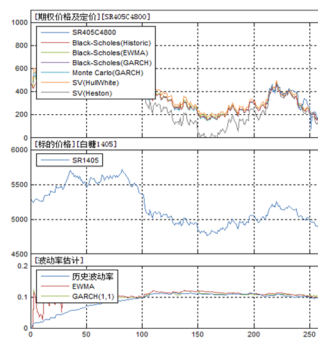
期权类型：看涨期权

执行价格：4600、4800、5000

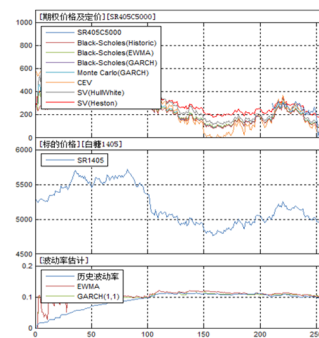
SR405C4600 定价图



SR405C4800 定价图



SR405C5000 定价图



第三组:

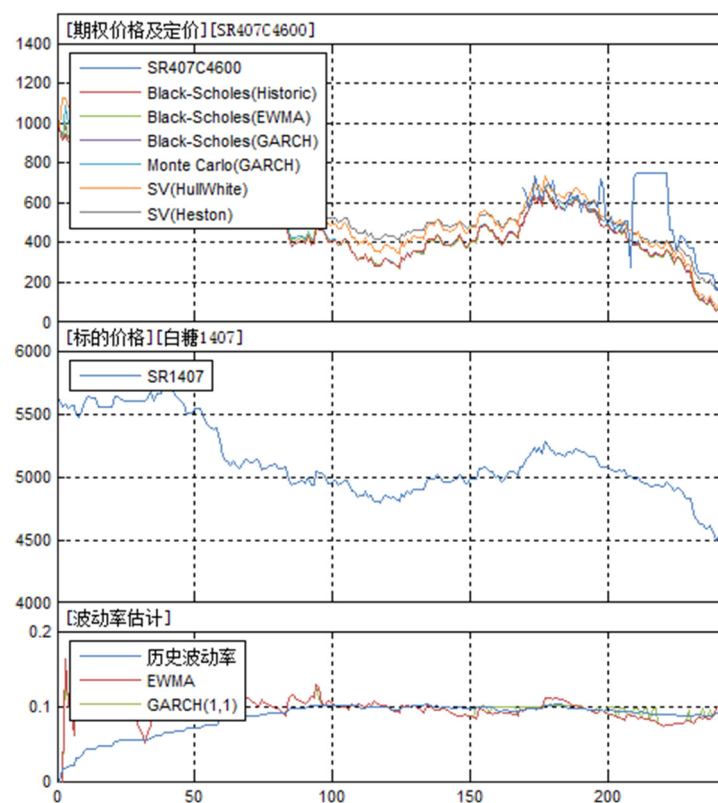
期货: 白糖

到期日: 2014 年 7 月第二个星期五

期权类型: 看涨期权

执行价格: 4600

SR407C4600 定价图



MAE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403C5000	61.3521	66.3923	64.8942	65.2682	61.7489	46.0239
405C4600	50.3726	50.2905	48.4955	47.3109	46.0512	42.2166
405C4800	47.0875	46.6889	44.209	42.9294	40.273	66.2233
405C5000	59.4021	57.0337	56.3267	53.9771	45.4591	37.4824
407C4600	132.7053	135.012	133.009	129.4391	114.4697	147.8598
MAE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403C5000	50.08718	51.68178	51.75773	52.17089	49.34932	36.37357
405C4600	43.16009	43.93589	41.8944	42.19844	40.47571	35.7346
405C4800	41.0693	42.94834	39.79678	39.51766	38.6074	53.82476
405C5000	37.75559	38.14154	35.62868	35.86449	33.00014	38.08944
407C4600	132.0569	133.9683	132.735	131.5868	124.2343	54.34826

RPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403C5000	-.2098	-.2986	-.2911	-.3166	-.2453	.5405
405C4600	-0.1202	-0.1209	-0.1127	-0.1094	-0.0935	-0.0695
405C4800	-0.0349	-0.0482	0.0088	0.0301	0.0657	-0.3235
405C5000	-0.0349	-0.0482	0.0088	0.0301	0.0657	-0.3235
407C4600	-0.2455	-0.2491	-0.2451	-0.2375	-0.18	0.2341
RPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403C5000	2.23639	1.82376	1.82324	1.78220	1.99872	5.18270
405C4600	0.1663	0.17042	0.16051	0.16168	0.16822	0.15922
405C4800	0.87891	0.77774	1.0502	1.13289	1.10609	0.42799
405C5000	3.66663	3.84234	4.05303	4.11945	4.74287	7.54669
407C4600	0.23755	0.24013	0.23697	0.23926	0.24519	0.31458

ARPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403C5000	.7253	.7123	.7039	.7131	.7163	.9492
405C4600	0.1406	0.1417	0.1349	0.1327	0.1297	0.1173
405C4800	0.3273	0.3148	0.3394	0.3457	0.336	0.3858
405C5000	0.9675	0.9774	1.0279	1.0251	1.1181	1.7068
407C4600	0.2614	0.2654	0.261	0.2551	0.2238	0.3181
ARPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403C5000	2.12428	1.70356	1.70519	1.66204	1.88037	5.12280
405C4600	0.1492	0.15332	0.14205	0.14288	0.1418	0.12763
405C4800	0.81547	0.71178	0.99301	1.07843	1.0551	0.37199
405C5000	3.54679	3.7271	3.939	4.00976	4.65053	7.53315
407C4600	0.21958	0.22171	0.21915	0.2201	0.20544	0.22785

从上各图中可以看出白糖期权市场真实价格波动相比股票期权要剧烈，从表中可以看出白糖看涨期货期权的定价效果要比股票期权定价效果差。

Hull-White 模型在 405C4600 和 407C4600 中的定价误差最小，B-S 模型的定价效果要好于 SV 模型。各期权中 405C4600 的定价模拟最好，各模型的定价误差都较小，其次就是 407C4600，403C5000 和 405C5000 的定价模拟最差。

从期货期权定价拟合效果与股票期权、股指期货比较，B-S 模型和蒙特卡洛模拟、SV 模型的数值算法，对美式期权的适用程度要差于欧式期权，模型的数值算法需要改进和调整。

4.4.2 看跌期权定价误差分析

第一组：

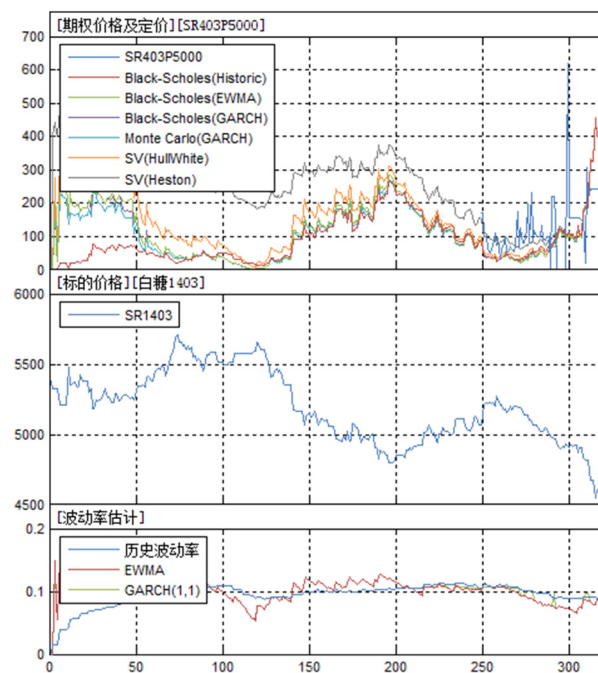
期货：白糖

到期日：2014 年 3 月第二个星期五

期权类型：看跌期权

执行价格：5000

403P5000 定价图



第二组:

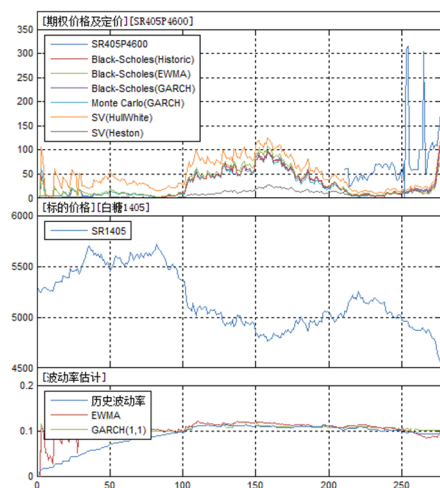
期货: 白糖

到期日: 2014 年 5 月第二个星期五

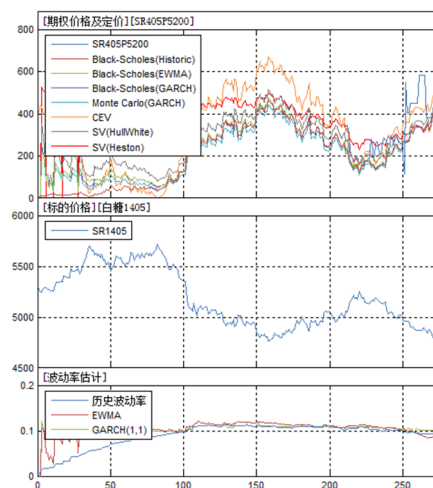
期权类型: 看跌期权

执行价格: 4600、5200

405P4600



405P5200

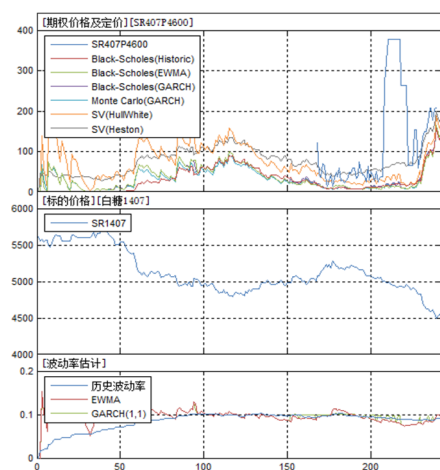


第三组:

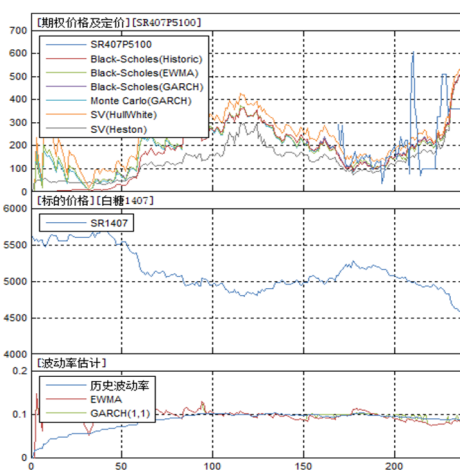
期货: 白糖到期日: 2014 年 7 月第二个星期五

期权类型: 看涨期权执行价格: 4600、5100

407P4600



407P5100



误差对比表

MAE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403P5000	79.4584	83.296	82.0397	82.9168	77.5224	66.7049
405P4600	62.849	62.5101	60.4105	61.6281	50.4638	48.932
405P5200	81.9544	78.8348	78.6273	88.1676	61.0363	73.6724
407P4600	98.2286	100.438	98.6635	99.7551	84.2855	67.0404
407P5100	80.3868	79.4618	79.3654	80.3515	78.162	90.0093
MAE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403P5000	71.48175	70.98496	70.77442	70.6099	72.37029	74.69979
405P4600	55.25948	55.78677	54.58238	55.08931	55.15704	40.13645
405P5200	70.74079	71.72758	70.23777	69.60931	65.49725	69.17714
407P4600	113.7392	115.6161	113.8532	114.1796	112.8877	102.8977
407P5100	78.96261	80.90365	79.02461	78.53297	78.05346	82.99271

RPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403P5000	18.0633	16.6487	16.6603	16.3363	17.2073	19.3456
405P4600	-0.5368	-0.4652	-0.456	-0.5242	-0.0296	3.8565
405P5200	-0.1926	-0.1753	-0.1777	-0.2194	-0.0674	0.0488
407P4600	-0.7336	-0.7425	-0.7299	-0.7487	-0.4399	0.0211
407P5100	0.0954	0.0808	0.0949	0.0893	0.2856	-0.0796
RPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403P5000	61.35647	56.90858	56.91188	56.29749	58.9472	64.61805
405P4600	2.10967	2.58012	2.51033	2.16093	4.65677	25.82355
405P5200	0.20212	0.20585	0.20673	0.19568	0.22704	0.27171
407P4600	0.17374	0.1904	0.1881	0.18046	0.28075	0.42192
407P5100	0.46296	0.43322	0.45425	0.45293	0.5905	0.28171

ARPE	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403P5000	18.7836	17.4529	17.4424	17.153	17.8874	19.6999
405P4600	1.0716	1.1139	1.087	1.0588	1.1676	3.9438
405P5200	0.2464	0.2323	0.2352	0.2715	0.1847	0.2629
407P4600	0.7336	0.7425	0.7299	0.7522	0.511	0.4693
407P5100	0.424	0.4036	0.4129	0.4195	0.4561	0.4277
ARPE 标准差	Historic	EWMA	GARCH	GARCH-MC	Hull-White	Heston
403P5000	61.35647	56.90858	56.91188	56.29749	58.9472	64.61805
405P4600	2.10967	2.58012	2.51033	2.16093	4.65677	25.82355
405P5200	0.20212	0.20585	0.20673	0.19568	0.22704	0.27171
407P4600	0.17374	0.1904	0.1881	0.18046	0.28075	0.42192

407P5100	0.46296	0.43322	0.45425	0.45293	0.5905	0.28171
----------	---------	---------	---------	---------	--------	---------

从定价图中可以看出看跌期权中 403P5000 和 405P4600 在最后时刻的真实市场期权价格都出现了大幅度的剧烈波动，对模型定价造成了困难，因此 403P5000 的定价模拟效果最差，其次就是 405P4600。SV 模型对 405P5200 和 407P4600 的定价效果要明显的优于 B-S 模型和蒙特卡洛模拟模型，但是，Heston 模型在 403P5000 和 405P4600 中的表现要显著的差于其他模型，总体而言六个模型的定价效果区别不大。

4.5 波动率分析

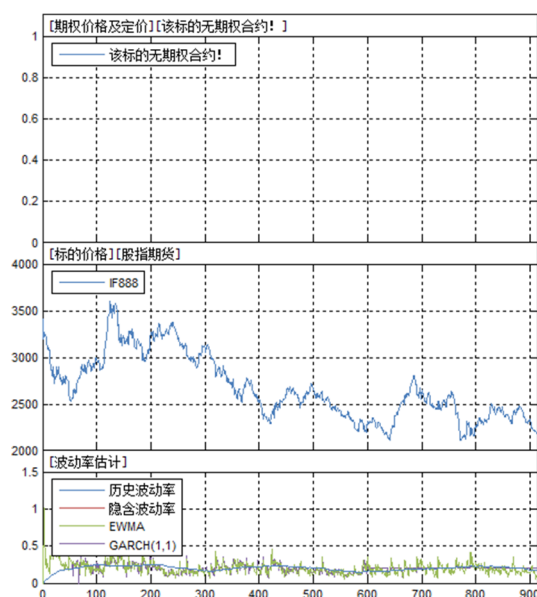
4.5.1 波动率分析说明

股指期货和美股因为缺乏期权价格数据所以无法得出隐含波动率，因此我们比较的误差 MAE 是 EWMA 和 GARCH 模型估计出的波动率与历史波动率的绝对误差的平均值，即平均绝对误差；ARPE 是 EWMA 和 GARCH 模型估计出的波动率与历史波动率百分比绝对误差的平均值，即平均百分比绝对误差。

MAE的标准差是指EWMA\GARCH模型估计的波动率与历史波动率的绝对误差的标准差，反映了误差的波动性，同理与ARPE的标准差。

4.5.2 股指期货波动率分析

标的价格持续时间为 2010 年 4 月 16 日到 2014 年 1 月 21 日。

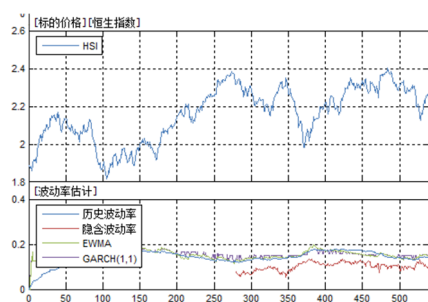


	MAE	MAE 标准差	ARPE	ARPE 标准差
EWMA	0.0570	0.0627	0.4655	3.5936
GARCH	0.0476	0.0625	0.4197	3.6142

从图中可以看出EWMA和GARCH模型估计出的波动率序列以历史波动率为轴上下波动，从误差对比表中也可以看出，MAE都在0.05左右，标准差在0.06左右说明每个交易日波动率的误差都相差不大，而ARPE值较大则是因为历史波动率值较小，所以相对误差较大。

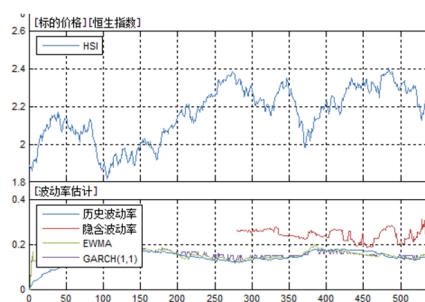
恒生指数看涨期权

2014 年 6 月 27 日到期 执行价格 23000



恒生指数看跌期权

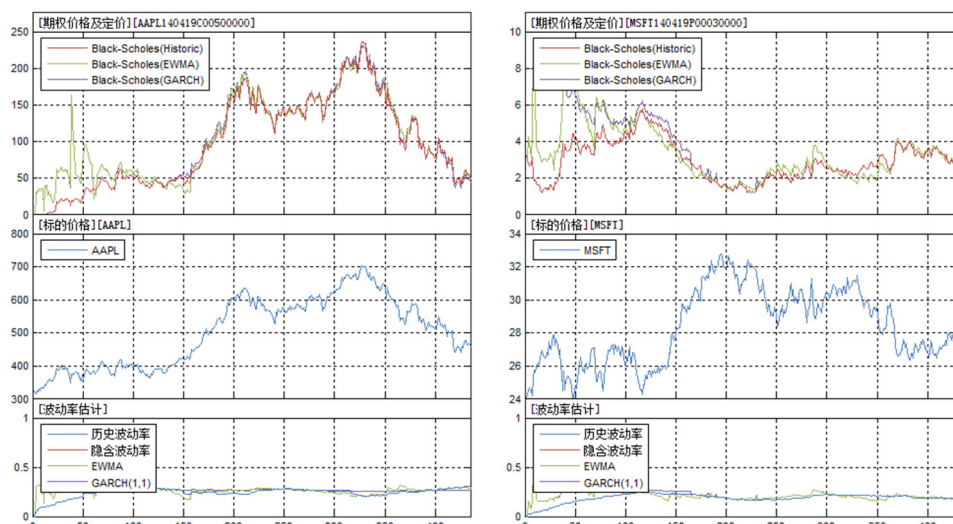
2014 年 6 月 27 日到期 执行价格 15800



从恒生指数可以看出，执行价格离标的价格远，隐含波动率大；同样与白糖合约。

4.5.3 美股波动率分析

美股使用的是标的为苹果股票，执行日期为 2014 年 4 月 19 日，执行价格为 500000 的看涨期权和标的为微软股票，执行日期为 2014 年 4 月 19 日，执行价格为 30000 的看跌期权。



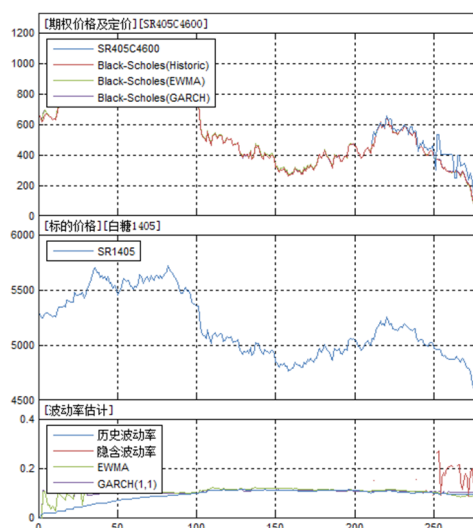
AAPL	MAE	MAE 标准差	ARPE	ARPE 标准差
EWMA	0.0423	0.0658	0.2613	0.6124
GARCH	0.0433	0.0654	0.2674	0.6292
MSFT	MAE	MAE 标准差	ARPE	ARPE 标准差
EWMA	0.0396	0.0576	0.3602	0.9585
GARCH	0.0406	0.0500	0.3603	0.9358

同样从图中可以直观的看出 EWMA 和 GARCH 模型估计出的波动率与历史波动率十分接近，从误差对比表中也可以看出，MAE 都在 0.04 左右，标准差在 0.06 左右，说明每个交易日波动率的误差都相差不大，ARPE 的值也保持在较小水平。

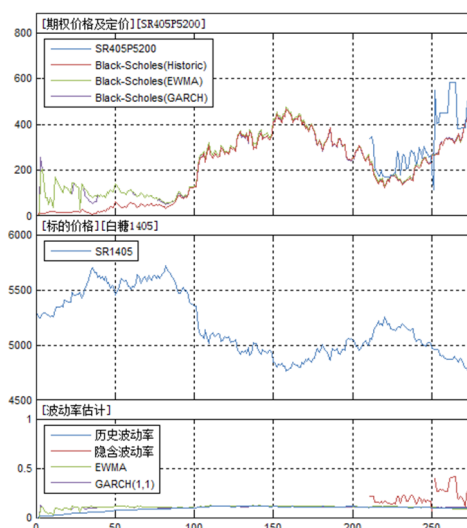
4.5.4 白糖合约波动率分析

我们对 SR405C4600 和 SR405P5200 两只白糖合约进行了波动率误差分析。SR405C4600 是指白糖期货以 14 年 5 月第二个星期五为到期日，执行价格为 4600 的看涨期权；SR405P5200 是指白糖期货以 14 年 5 月第二个星期五为到期日，执行价格为 5200 的看跌期权。

SR405C4600



SR405P5200



405C	MAE	MAE 标准差	ARPE	ARPE 标准差
EWMA	0.0154	0.0190	0.3375	0.7277
GARCH	0.0140	0.0186	0.3215	0.7497
405P	MAE	MAE 标准差	ARPE	ARPE 标准差
EWMA	0.0154	0.0188	0.3348	0.7032
GARCH	0.0141	0.0188	0.3245	0.7785

从上图和表中可以看出 EWMA 模型、GARCH 模型和历史波动率三者十分接近，后期基本保持不变，而隐含波动率则表现的十分不稳定，与波动率的估计误差较大。

第五章 总结与规划

5.1 总结

1、调整收益率对收益率序列分布的改善。对于权证数据而言，收益率序列、调整收益率序列虽然都未能通过正态检验，但是调整后的收益率序列峰度有显著减小；对于恒生指数数据，收益率序列未能通过正态检验但是调整后的收益率序列通过了正态检验。这说明我们对收益率异常值的处理效果良好。

2、对于标的价格远高于执行价格的认购权证（例如伊利认购权证），六种模型的定价误差都较小，定价较为准确，六种模型的定价精度很接近。

标的价格远高于执行价格的认购权证，真实权证价格贴近理论下限，此时 B-S 模型的定价中波动率的估计影响减小，所以 B-S 公式的定价误差较小。对于此种期权进一步研究的价值不大。

3、大多数权证中，六种模型的定价普遍低于真实价格，认沽权证尤为明显。认沽权证的定价相对误差大于认购权证。

认沽权证价格普遍偏低，所以较小的定价绝对误差就会产生较大的相对误差。而对于 B-S 模型定价误差较小的认沽权证，标的价格与执行价格比较接近，甚至小于执行价格，因为 B-S 模型的看跌期权定价公式与看涨期权的不同，波动率 σ 影响依然较大，所以定价误差相比于认购权证较大。

同时大多数认沽权证的标的价格高于执行价格，此时认沽权证价值较低，市场实际价格也较低，较小的绝对误差就可以产生较大的相对误差。

由于权证市场的不完备性，认沽权证在理论价格（模型定价）接近于 0 时依然保有一定的市场价格，这也造成了认沽权证定价的难度要高于认购权证。

4、对多数权证而言，定价误差最小的是随机波动率模型，其次是 GARCH-MC 模型，最大的是 B-S 模型。对于认购权证，随机波动率模型中的 Hull-White 模型的定价精度要明显好于 B-S 模型。认沽权证中 Heston 模型的定价误差相对较小。对于恒生指数期权，SV 模型定价误差普遍小于 B-S 模型。

5、对恒生股指期权的研究可以发现，SV 模型对定价误差小于 B-S 公式模型的主要原因并不在于 SV 模型的基本假设是对 B-S 模型的改进（这是因为调整

后的收益率序列通过了正态检验，这也就是说定价使用的数据特征符合所有模型的基本假设），而是通过对随机波动率模型的参数进行优化，得到了更好的定价结果。B-S 公式的参数则是按照历史数据等常规方式得来，这也就是说参数优化可能会对 B-S 公式的定价效果进行改良。

6、通过对恒生股指期货、美股（苹果和微软）、白糖合约仿真数据进行了波动率分析，发现 EWMA 和 GARCH 模型所估计出的波动率与历史波动率十分接近，并且 MAE 和 ARPE 的标准差也较小，说明每个交易日波动率的误差都相差不大。

即三种波动率估计模型的效果是接近的，用这三种模型估计的波动率进行 B-S 公式定价效果也应该是接近的，从模型定价对比中可以看出，事实情况确实如此。这意味着 EWMA 模型和 GARCH 模型对波动率估计的改进作用并没有太好的体现，另一方面调整后的收益率分布的改善也可能消弱了 EWMA 模型和 GARCH 模型对波动率估计的改进作用。

7、本次报告使用的套利策略并不完善，而且假设的是中国市场存在卖空交易。由于止损措施的缺乏，盈利风险比相对与存在止损措施来说应该是较大的，但即便如此，模型定价的盈利效果总体是不错的，恒生指数期权的表现更是十分良好。

8、对于套利盈利，通过盈利分析可以看出，套利策略直接决定了盈利情况和定价效果的关系，因此定价拟合程度与套利盈利是不具备正相关性的。

以本报告使用的套利策略为例分析，可以分析得出若期权实际价格始终高于套利区间，但当期权实际价格保持下降趋势不变时，虽然定价误差较大，但是套利策略可以始终保持盈利；若期权实际价格以套利区间为中心上下波动，套利策略也可以保持盈利；若期权价格始终低于套利区间，而期权价格保持上升趋势不变时，套利策略也是盈利的。这三种情况定价偏差可能都不会太小，但是套利策略却是盈利的。

9、本次报告使用的套利策略是基于无套利区间利用期权（权证）价格的异常值和回归真实（理论）价格的性质盈利。因此定价越准确，则交易次数越少、持仓天数越少、持仓天数与总交易天数的比例越小。反之，也就是说持仓天数越

少，期权（权证）真实价格在无套利区间外的时间越短，某种程度上反映了模型定价的效果越好。这与恒生指数期权的持仓比例普遍小于权证的现象也是相符的。

这与我们的收益率调整方法也是一致的，对收益率进行调整后，虽然保留了大多数时间波动率估计的准确性，改善了序列的分布，但是也因为调整收益率异常值，失去了对期权价格异常值的定价准确性，而我们的套利策略就是利用此处盈利。

总之，我们使用了六种模型对各种期权进行了定价拟合，并使用无套利区间和动态 Delta 对冲策略进行了套利，同时使用最大涨幅、最大跌幅、最大回撤、最终盈利、盈利风险比等指标进行了套利累计盈利分析，并使用 EWMA 和 GARCH 模型进行了波动率估计，使之与历史波动率进行比较。通过这些实证分析过程，我们得出期权定价与交易系统达到了预期效果，禁得住实践的考验，可以以之作为更深层次的程序化交易的蓝本。

5.2 规划

我们的团队将致力于期权定价与交易系统的后期改进工作，实现系统模型数值算法的进一步优化，把研究交易对象从欧式期权扩展到美式期权、奇异式期权等，从股票期权扩展到利率期权、外汇期权、债券期权等。目前软件系统的套利策略有些单一且缺乏止损策略等实际需要，我们将继续优化我们的套利策略，与程序化交易平台相结合，运用数据挖掘技术实现算法模型优化，并采用经典的套利策略如蝶式套利、差价套利、盒式套利等。同时我们将完善期权定价与交易系统的软件功能，计划添加多账户功能、期权计算、闪电下单、止损功能等，实现软件的全面升级。同时我们将结合我们在非线性风险度量理论方面的优势，还将致力于对市场数据进行实时跟踪、分析和特征提取，充分运用以上理论基础，建立动态优化建模系统。

A. 模型和数值算法的改进

我们目前采用的期权定价模型主要有 Black-Scholes(Historic)定价模型、Black-Scholes(GARCH)期权定价模型、Black-Scholes(EWMA)定价模型、Monte Carlo(GARCH)定价模型、SV(Hull-White)定价模型、SV(Heston)定价模型，这六

种定价模型数值算法主要适用于欧式期权，下一步我们将从以下三个方面进行模型及数值算法的改进：

1. 对已有模型进行算法改进，参数优化等，将优化方法与经典定价模型相结合，例如对 B-S 公式、波动率估计模型进行参数优化，可以更准确地估计波动率。
2. 使用假设更为宽松的模型和前沿理论，例如适用于多种类型的二叉树模型、研究模型不确定性的 G-期望理论等，从理论方面消除模型风险。
3. 拓展系统的定价范围，不局限于传统的期权类型。把对欧式期权的定价推广到各式期权的定价，例如美式期权、障碍式期权、二年期权、亚式期权、任选期权、复合期权、回望期权等。

B. 套利策略的完善与智能策略的生成

目前报告中盈利分析使用的套利策略缺乏止损措施等实际操作，我们计划改进和完善我们的套利策略，与优化算法和数据挖掘相结合，进行智能策略的生成。

首先进行传统交易策略的编程实现，包括：日历套利、蝶式套利、牛市差价套利、熊市差价套利、盒式差价套利和跨式组合等，下面简单介绍几例：

日历套利：也被称为时间套利或者跨期套利，是水平套利的一种组合策略。该策略特点在于，投资者就期权到期日时间进行差别化交易以寻求套利机会。在买入日历套利组合中，通常涉及两笔期权的操作，投资者买进一定数量的某个未来月份将到期的期权，与此同时，卖出相同数量执行价相同，但到期时间更近的期权。

盒式差价套利：是由一个牛市价差组合和一个熊市价差组合构成。箱型差价关系是建立在牛市差价期权与熊市差价期权之间的无套利原则之上。换言之，较低执行价格看涨期权价格与较高执行价格看涨期权价格之差，加上较高执行价格看跌期权价格与较低执行价格看跌期权价格之差（视为组合 A），应当等于较高执行价格与较低执行价格之差的贴现值（视为组合 B）。当 AB 时，可以通过买低卖高获得两者的价差收益。

跨式组合：指一种包含相同的行使价和到期日的看涨期权和看跌期权的期权策略。这种策略通过在市场上涨时履行看涨期权，而在下跌时履行看跌期权，

而使期权的购买者享受价格波动较大的好处。风险是如果价格只小幅波动，价格的变化过小，无法抵偿购买两份期权的成本。

然后以传统的套利策略为基础，通过优化方法和数据挖掘方法进行智能策略生成，为期权定价系统的程序化交易实现提供策略基础。

C. 软件系统功能完善

期权定价与交易系统目前功能尚待完善，我们计划添加账户设置、期权计算器等实用功能，与程序化交易相结合，进行软件的智能策略生成开发，建立完善的策略图表报表分析系统，提供详细的策略的交易明细、绩效分析、周期分析数据通过策略性能报表可以判断策略的收益、风险、可靠性、稳定性等特质。

进一步改进计划：

- 1、支持更多账户系统，用户可以随意的查看账户持仓情况，委托单和历史交易，直接平仓、撤单和修改未完成的委托单。系统计划将添加支持手工套利下单和自动套利下单以及动态止损等功能。

- 2、将期权定价系统与程序化交易相结合，实现程序化高频交易的优点，降低交易风险。

- 3、计划完成数据库的动态更新，目前的数据库为静态研究型数据库，下一步我们将努力实现股票、期权、期货等交易品种的数据动态更新。

- 4、目前该期权定价与交易系统软件只可以以 PC 版的面貌呈现，我们计划实现推行该系统软件的服务器版本，实现数据云存储处理。具有如下优点：安全性，程序算法内核存储于服务器，有效的避免了 PC 版容易被攻击、泄密等安全问题；实时化交易，服务器放置于交易所附近，有效地解决了网速对 PC 版系统交易的速度限制，避免不必要的交易损失。

- 5、我们将支持更加广泛的客户终端，期权定价交易系统不局限于 PC 客户端，我们将推出 Android 版、IOS 版等手机客户端和网页版客户端，可以随时查看交易情形、动态掌握交易信息。

D. G-期望理论的优势

现代市场离不开数学模型对金融产品的定价和风险度量，然而因为金融活动的不确定性、不稳定性模型的前提假设与现实的差异，模型本身便存在着误差，模型不确定性的积累使金融市场产生新的泡沫，产生新的难以度量的风险，

早在 1921 年 Frank Knight 就已经系统地论证了这一现象，并命名为 Knight 不确定性。然而以现代概率论为基础的理论是难以分析和计算概率模型本身的不确定性的。

彭实戈院士创立的倒向随机微分方程和非线性风险度量理论是现代风险定量计算与稳健控制的数学理论领域的创新性前沿技术，系统地提供了定量计算分析金融模型不确定性造成的风险的理论和计算工具。对于模型风险的计算可以通过稳健调节参数进行倒向随机微分方程的计算就可以解决，从理论上 G-期望与目前的金融数学模型具备同等程度的编程实现可操作性。这也为我们下一步的工作打下了坚实的理论和技術基础。

下一步我们将在继续完善期权定价系统的同时，结合我们在非线性风险度量技术方面的理论优势，通过对传统 B-S 公式运用非线性期望理论，在建立随机动态模型的时候，引入 G-布朗运动，来度量布朗运动模型假设的不确定性，修正期权定价的公式和计算方法，并实现数值算法的编程，将前沿理论与实际市场挂钩。

参考文献

- [1] A. Bensoussan. Lectures on Stochastic Control. In: Lecture Notes in Mathematics, 972, Berlin:Springer-Verlag, 1982.
- [2] S. Peng. A general stochastic maximum principle for optimal control problems. SIAM Journal on Control and Optimization, 1990, 28: 966-979.
- [3] E. Pardoux and S. Peng. Adapted solution of a backward stochastic differential equation. System and Control Letters, 1990, 14: 55-61.
- [4] 彭实戈 倒向随机微分方程、随机优化理论与 HJB 方程的粘性解
- [5] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities [J]. The journal of political economy, 1973: 637-654.
- [6] Merton R C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous [J]. Journal of financial economics, 1976, 3(1): 125-144.
- [7] Hull J C. Options, futures, and other derivatives[M]. Pearson Education India, 1999.
- [8] Heston S L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options [J]. Review of financial studies, 1993, 6(2): 327-343.
- [9] Merton R C. An analytic derivation of the cost of deposit insurance and loan guarantees an application of modern option pricing theory [J]. Journal of Banking & Finance, 1977, 1(1): 3-11.
- [10] Black F. The pricing of commodity contracts [J]. Journal of financial economics, 1976, 3(1): 167-179.
- [11] Harvey A, Ruiz E, Shephard N. Multivariate stochastic variance models[J]. The Review of Economic Studies, 1994, 61(2): 247-264.
- [12] Duan J C. The GARCH option pricing model [J]. Mathematical finance, 1995, 5(1): 13-32.
- [13] Madan D B, Carr P P, Chang E C. The variance gamma process and option pricing [J]. European finance review, 1998, 2(1): 79-105.
- [14] Bates D S. Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in deutsche mark options [J]. Review of financial studies, 1996, 9(1): 69-107.
- [15] Kim S, Shephard N, Chib S. Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models [J]. The Review of Economic Studies, 1998, 65(3): 361-393.

- [16] Barndorff - Nielsen O E. Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models [J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 2002, 64(2): 253-280.
- [17] Stein E M, Stein J C. Stock price distributions with stochastic volatility: an analytic approach [J]. Review of financial Studies, 1991, 4(4): 727-752.
- [18] Jacquier E, Polson N G, Rossi P E. Bayesian analysis of stochastic volatility models [J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2002, 20(1): 69-87.
- [19] Wiggins J B. Option values under stochastic volatility: Theory and empirical estimates [J]. Journal of financial economics, 1987, 19(2): 351-372.
- [20] Hull J, White A. The pricing of options on assets with stochastic volatilities [J]. The journal of finance, 1987, 42(2): 281-300.
- [21] Hull J C, White A D. Numerical procedures for implementing term structure models I: Single-factor models [J]. The Journal of Derivatives, 1994, 2(1): 7-16.
- [22] Hull J, White A. Pricing interest-rate-derivative securities [J]. Review of financial studies, 1990, 3(4): 573-592.
- [23] Bakshi G, Cao C, Chen Z. Empirical performance of alternative option pricing models[J]. The Journal of Finance, 1997, 52(5): 2003-2049.
- [24] Madan D B, Carr P P, Chang E C. The variance gamma process and option pricing[J]. European finance review, 1998, 2(1): 79-105.
- [25] Heston S L, Nandi S. A closed-form GARCH option valuation model[J]. Review of Financial Studies, 2000, 13(3): 585-625.
- [26] Merton R C. Theory of rational option pricing[J]. 1971.
- [27] Kou S G. A jump-diffusion model for option pricing[J]. Management science, 2002, 48(8): 1086-1101.
- [28] Cox J C, Ross S A, Rubinstein M. Option pricing: A simplified approach[J]. Journal of financial Economics, 1979, 7(3): 229-263.
- [29] Cox J C, Ross S A. The valuation of options for alternative stochastic processes[J]. Journal of financial economics, 1976, 3(1): 145-166.
- [30] Geske R. The valuation of compound options[J]. Journal of financial economics, 1979, 7(1): 63-81.

- [31] Scott L O. Pricing Stock Options in a Jump - Diffusion Model with Stochastic Volatility and Interest Rates: Applications of Fourier Inversion Methods[J]. Mathematical Finance, 1997, 7(4): 413-426.
- [32] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps[J]. Journal of financial econometrics, 2004, 2(1): 1-37.
- [33] Barndorff - Nielsen O E. Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 2002, 64(2): 253-280.
- [34] Poon S H, Granger C W J. Forecasting volatility in financial markets: A review[J]. Journal of economic literature, 2003, 41(2): 478-539.
- [35] Boyle P P. Options: A monte carlo approach[J]. Journal of financial economics, 1977, 4(3): 323-338.
- [36] 吴鑫育. 权证定价模型及其实证研究[D].湖南大学,2012.
- [37] 黄天红. 连续时间随机波动率模型下期权的非参数定价[D].南京理工大学,2012.
- [38] 唐勇. 基于时变波动率的期权定价与避险策略研究[D].上海交通大学,2009.
- [39] 陈信华. 期权定价模型中的波动率分析[J]. 金融经济,2010,12:68-70.
- [40] 黄海南,钟伟. GARCH 类模型波动率预测评价[J]. 中国管理科学,2007,06:13-19.
- [41] 刘轶芳,迟国泰,余方平,孙韶红,王玉刚. 基于 GARCH-EWMA 的期货价格预测模型[J]. 哈尔滨工业大学学报,2006,09:1572-1575.
- [42] 陈萍.随机波动率模型的统计推断及其衍生证券的定价[D].南京理工大学,2004.
- [43] 雷桂媛. 关于蒙特卡罗及拟蒙特卡罗方法的若干研究[D].浙江大学,2003.
- [44] 马俊海,王彦. 认股权证定价的蒙特卡罗模拟方法及其改进技术[J]. 管理工程学报,2010,03:75-81.
- [45] 占超,潘宣辰. 基于 GARCH 模型的认购权证与认沽权证波动率比较研究[J]. 技术经济与管理研究,2008,03:92-95.
- [46] 范为,陈宇. 中国权证市场认购权证的价格偏误研究[J]. 管理学报,2008,03:407-412.
- [47] 焦凯. 中国内地权证的实证研究[D].复旦大学,2007.
- [48] 陈立峰. 倒向随机微分方程数值方法与非线性期望在金融中的应用: g-定价机制及风险度量[D].山东大学,2007.
- [49] 王伟. 非线性数学期望及其在金融中的应用[D].山东大学,2009.